

*FUNDACIÓN BARILOCHE
INSTITUTO DE ECONOMÍA ENERGÉTICA*

CONICET

*Seminario sobre METAHEURÍSTICAS
ENDIO XXII – EPIO XX*

Título:

***Análisis de las Metaheurísticas PSO,
EPSO y su Extensión FPSO, FEPSO***

Disertante: Dr. Gustavo Schweickardt

Buenos Aires, Octubre de 2009

1. *Heurísticas y Meta-Heurísticas.*

2. *La Meta-Heurística PSO (Particle Swarm Optimization/Optimización por Enjambre de Partículas).*

1. *Introducción.*

2. *Formulación.*

3. *Ajuste de Parámetros.*

4. *Límites Dinámicos en el Espacio de Búsqueda.*

5. *Esquemas más importantes del PSO.*

6. *Diagramas de Flujo del PSO.*

3. La Meta-Heurística EPSO (Evolutionary Particle Swarm Optimization).

1. Analogías y Diferencias entre los GA (Genetics Algorithms) y el PSO.

2. Concepción del EPSO.

3. Formulación.

4. Topología de Estrella Estocástica y Factor de Comunicación.

5. Diagrama de Flujo del EPSO.

4. La Extensiones FPSO (Fuzzy Particle Swarm Optimization) y FEPSO (Fuzzy Evolutionary Particle Swarm Optimization).

Heurísticas y Meta- Heurísticas

Qué es una HEURÍSTICA?



Reglas de la Experiencia o “de Buena Práctica”

- Constituye una serie de *procedimientos* o *estrategias* de las que se supone conducen a un Destino/Objetivo deseado.
- Se trata de *alcanzar el Objetivo, sin garantías.*

Qué es una HEURÍSTICA?

Etimología del Término

- Proviene de la palabra griega ***heuriskein*** que se traduce como ***encontrar***.
- Se lo relaciona con la supuesta exclamación ***¡eureka!*** de Arquímedes al encontrar la solución del principio hidrostático que lleva su nombre.

Qué es una META-HEURÍSTICA?

Etimología del Término

- Deriva del Complemento entre la palabra ***heuriskein*** y el prefijo ***meta*** que se traduce como ***más allá de o en un nivel superior de.***
- Su introducción en IO se le atribuye a Fred Glover, al presentar su método de ***Búsqueda Tabú*** (ref. 1988, 1997).

Qué es una META-HEURÍSTICA?



*Controversia y Discusión relativa la los
Términos Heurística y Meta-Heurística*

*Dictionay Of Algorithms and Data Structures,
Editado por the National Institute of Standars
and Technology – Peter Black (actualizado
en Marzo 2009)*

1. Un Marco de Referencia Algorítmico cuyo Enfoque puede ser especializado para Resolver Problemas de Optimización.
2. Una Estrategia de Alto Nivel que Guía/Conduce Heurísticas en la Búsqueda de Soluciones Factibles.

META-HEURÍSTICAS



La Definición Adoptada:

*Una **Metaheurística** se define como un **proceso iterativo** que guía una **heurística subordinada**, combinando diferentes conceptos para explorar y explotar las características que pueda exhibir el espacio de búsqueda.*

(Osman and Laporte, ref. 1996)

META-HEURÍSTICAS



*Algunas de las Metaheurísticas más
Importantes/Empleadas:*

- 1. Algoritmos Genéticos (GA)*
- 2. Recocido Simulado (SA)*
- 3. Búsqueda Tabú (TS)*
- 4. Optimización por Colonia de Hormigas (ACO)*
- 5. Optimización por Enjambre de Partículas (PSO)*

META-HEURÍSTICAS A Desarrollar



Se presentarán las Metaheurísticas:

- i. Optimización por Enjambre de Partículas (PSO)*
 - i. Extensión MultiObjetivo: Optimización Difusa por Enjambre de Partículas (FPSO)*
- ii. Optimización Evolucionaria por Enjambre de Partículas (EPSO)*
 - i. Extensión MultiObjetivo: Optimización Evolucionaria Difusa por Enjambre de Partículas (FEPSO)*

La Meta-Heurística

PSO (Particle

Swarm

Optimization)

Introducción

META-HEURÍSTICA PSO – Introducción

Optimización por Enjambre de Partículas

- 1) Se origina en un intento por *imitar y mimetizar el comportamiento de procesos naturales*.
- 2) El **PSO** y el *Ant Colony Optimization (ACO)* constituyen los dos métodos más utilizados en el área de la *inteligencia computacional*.
- 3) Esencia: *comportamientos sociales de un colectivo → interacción entre individuos y con el entorno.*

Orígenes del PSO

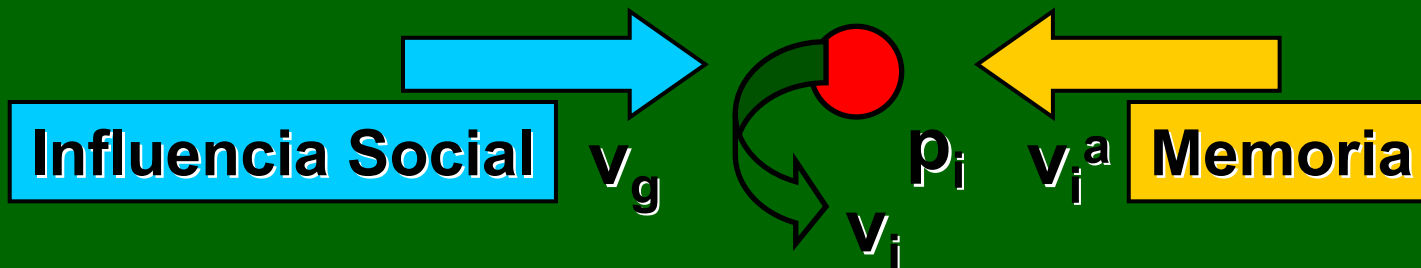
- Se remontan a los estudios iniciados por Kennedy y Eberhart (ref. 1995).
- Objetivo Inicial: *Simular el movimiento sincronizado e impredecible de grupos tales como los Bancos de Peces o Bandadas de Aves.*
- Aspecto: *la capacidad de estos grupos para separarse, reagruparse y encontrar alimento.*

Orígenes del PSO

El Comportamiento, Inteligencia y Movimiento de estas agrupaciones (Swarm), está relacionado directamente con la capacidad de los individuos para compartir información aprovechando la experiencia acumulada por sus congéneres.

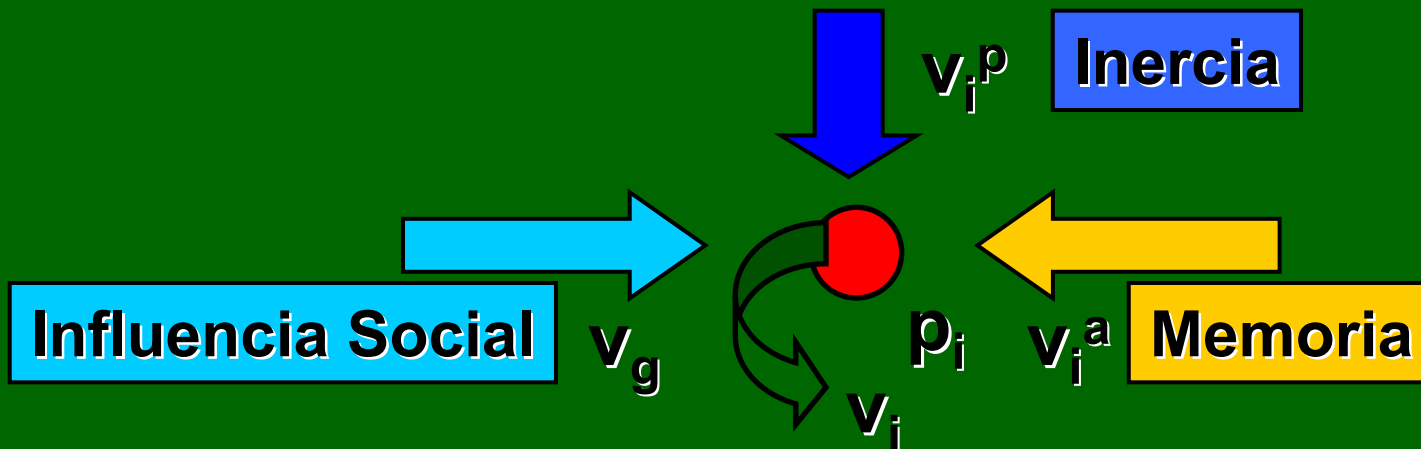
Orígenes del PSO

- I. En la terminología utilizada en PSO, Kennedy y Eberhart introducen el término general **partícula** o **agente** para representar a los individuos que exhiban un comportamiento.
- II. El **movimiento** de estas **partículas** está condicionado por **dos factores básicos**:
 - a. la **Memoria Autobiográfica** de la **partícula**.
 - b. la **Influencia Social** de todo el **enjambre**.



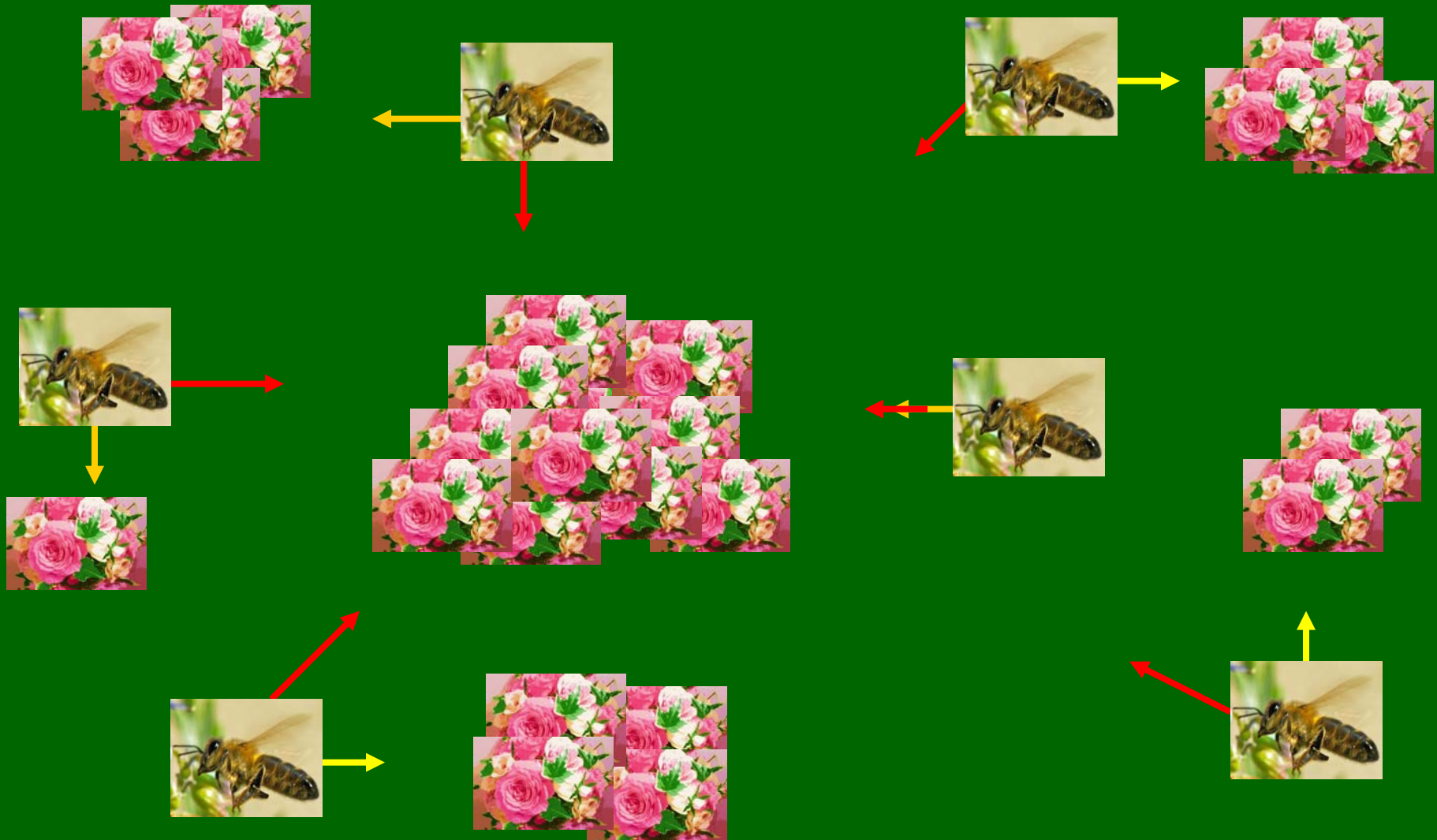
Orígenes del PSO

- Existe un **Factor de Inercia** o velocidad que la partícula traía en el instante anterior al cambio (aspecto físico): El **movimiento** depende, así:
- la **Memoria Autobiográfica** de la **partícula**.
 - la **Influencia Social** de todo el **enjambre**.
 - la **Inercia o velocidad previa** al cambio.



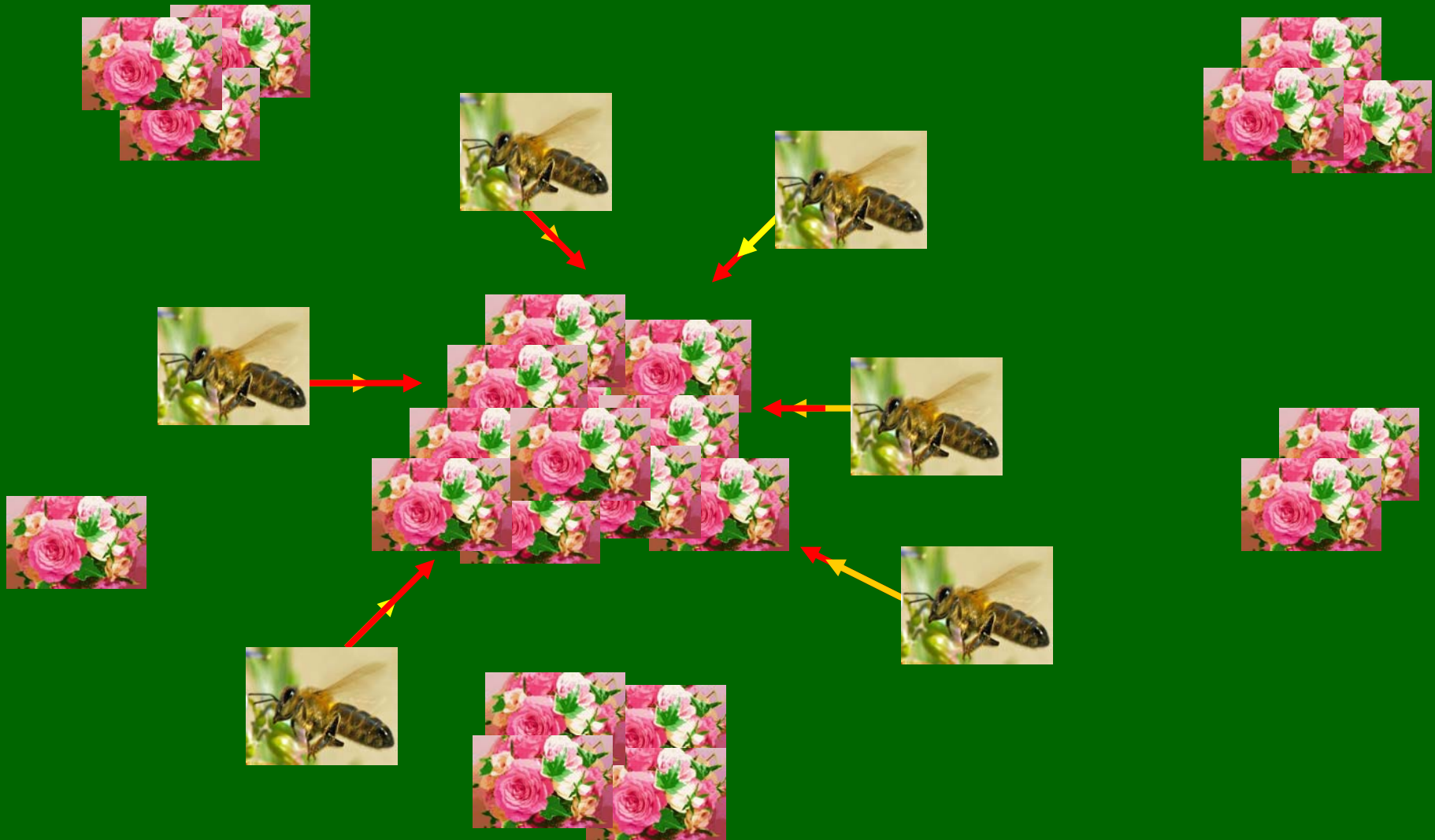
META-HEURÍSTICA PSO – Introducción

Orígenes del PSO – Swarm Intelligence



META-HEURÍSTICA PSO – Introducción

Orígenes del PSO – Swarm Intelligence



Orígenes del PSO – Swarm Intelligence

➤ El *ámbito de la vida artificial* requiere de **cinco principios básicos** para lo que se entiende como *Inteligencia de Grupo* o

Swarm Intelligence:

- 1. Proximidad**
- 2. Calidad**
- 3. Diversidad de Respuesta**
- 4. Estabilidad**
- 5. Adaptabilidad**

Orígenes del PSO – Swarm Intelligence

- *Proximidad* ⇒ *posibilidad de realizar cálculos sencillos de espacio y tiempo sobre la población.*
- *Calidad* ⇒ *capacidad de la población para responder a factores incidentes en la calidad dentro el espacio de soluciones.*

Orígenes del PSO – Swarm Intelligence

- *Diversidad de Respuesta* ⇒ *posibilidad de respuestas diferentes de los individuos de la población.*
- *Estabilidad y Adaptabilidad* ⇒ *aspectos complementarios: la población debe mantenerse estable pero debe adaptarse ante todo cambio que propicie una mejora.*

Orígenes del PSO – Swarm Intelligence

PSO Satisface los Principios del SI

➤ *Proximidad* ⇒ *Los movimientos de la población son llevados a cabo durante una serie de intervalos de tiempo a una determinada velocidad.*

Orígenes del PSO – Swarm Intelligence

PSO Satisface los Principios del SI

➤ *Calidad* ⇒ *se consigue a través de la **memoria de la partícula** y del **conocimiento social** que comparten entre sí todos los congéneres.*

Orígenes del PSO – Swarm Intelligence

PSO Satisface los Principios del SI

➤ *Diversidad de Respuesta* ⇒ se garantiza mediante las **diferentes tendencias** marcadas por la **memoria de cada partícula** y la **historia de la mejor posición visitada** por todo el conjunto.

Orígenes del PSO – Swarm Intelligence

PSO Satisface los Principios del SI

➤ *Estabilidad* ⇒ *la población sólo cambia su comportamiento grupal cuando se actualiza la mejor posición históricamente visitada por alguno de sus miembros.*

Orígenes del PSO – Swarm Intelligence

PSO Satisface los Principios del SI

➤ *Adaptabilidad* ⇒ *la población*
adapta su comportamiento
grupal y movimiento según las
señales de mejora en la
precisión.

Orígenes del PSO - Diseño

*El problema se reduce a **establecer la ecuación** que dicte cómo debe moverse cada **partícula** de la población en el espacio **N-Dimensional** para mimetizar la **Inteligencia de Grupo** y evitar a su vez caer en **soluciones locales.***

Formulación

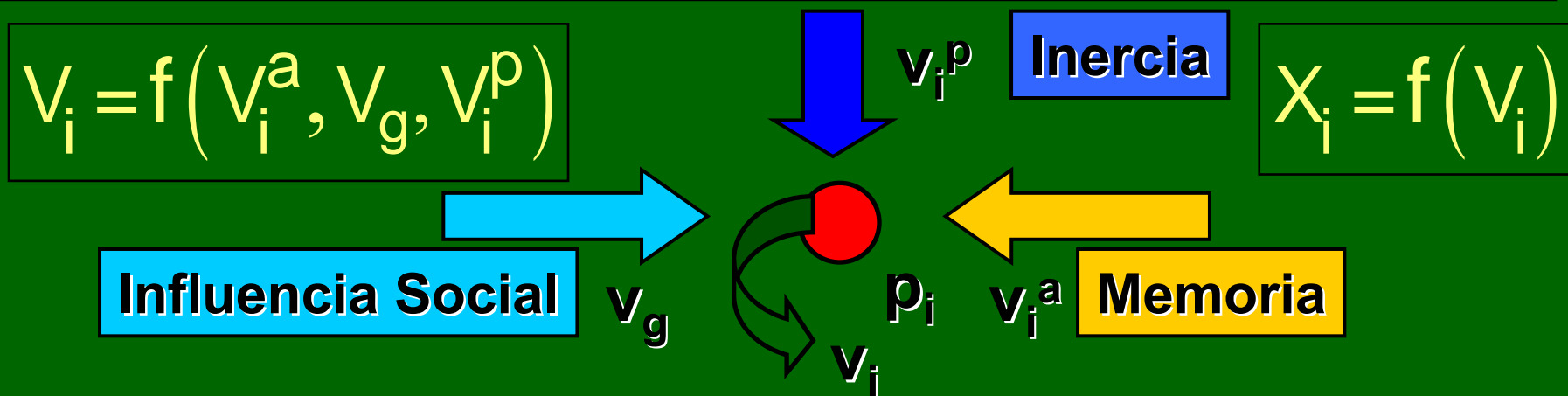
Orígenes del PSO - Analogías

- Como *Método de Optimización* en un espacio *N-Dimensional*:
 - ❑ La *posición instantánea* de cada *partícula* de la *población* representa una *solución potencial*.
 - ❑ N es el *número de incógnitas* del problema.
 - ❑ El *proceso de búsqueda* se reduce a mover cada partícula con una velocidad *f(velocidad actual, memoria de la partícula, información global que comparte el resto del enjambre)*

META-HEURÍSTICA PSO – Formulación

El Operador Velocidad en PSO

I. La **velocidad de la partícula** constituye el **único operador** para controlar la **evolución de la optimización**.



En un Espacio N-Dimensional y para cada partícula

$$i \in \{1\}$$

$$V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iN})$$

Vector Velocidad

$$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN})$$

Vector Posición

META-HEURÍSTICA PSO – Formulación *Canónica*

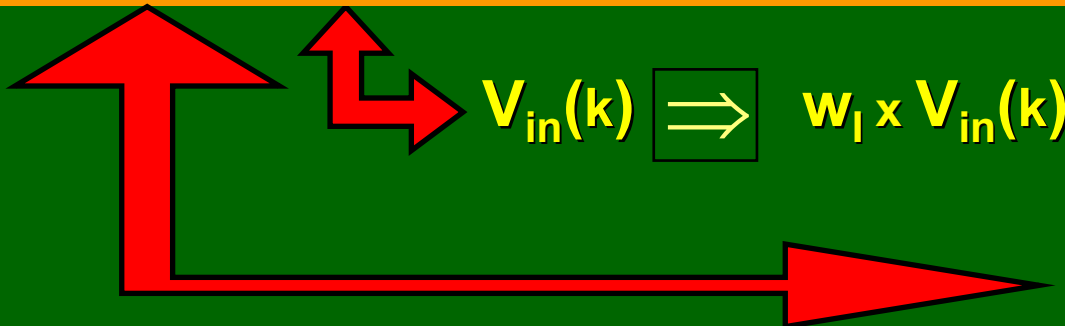
La Ecuación del Movimiento en PSO

$P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iN}) \Rightarrow$ *Vector Posición Mejor Individual*

$G = (g_1, g_2, \dots, g_N) \Rightarrow$ *Vector Posición Mejor Global*

Ecuación del Cambio de Velocidad

$$v_{in}(k+1) = v_{in}(k) + w_C \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + w_S \times r_2 \times [g_n(k) - x_{in}(k)]$$



r_1, r_2 números aleatorios $U[0,1]$

Ecuación del Movimiento

$$x_{in}(k+1) = x_{in}(k) + v_{in}(k+1) \times \Delta t$$

w_I *Constante de Inercia*

w_C *Constante Cognitiva*

w_S *Constante Social*

K iteración, n dimensión

$\Delta t = 1$

META-HEURÍSTICA PSO – Formulación *Canónica*

La Ecuación del Movimiento en PSO

- *El Espacio de Búsqueda debe estar acotado:*

$$x_{in} \in \{x_{n \text{ Min}}, x_{n \text{ Max}}\} \Rightarrow \text{Cotas Espaciales}$$

También las Velocidades deben acotarse:

- *Para ello se limita la máxima velocidad que puede adoptar una partícula:*

$$v_i \in \{-v_{\text{Max}}, v_{\text{Max}}\} \Rightarrow \text{Cotas de Velocidad}$$

Si v_{Max} es muy grande \Rightarrow Divergencia en OG

Si v_{Max} es muy pequeño \Rightarrow Oscilación en OG

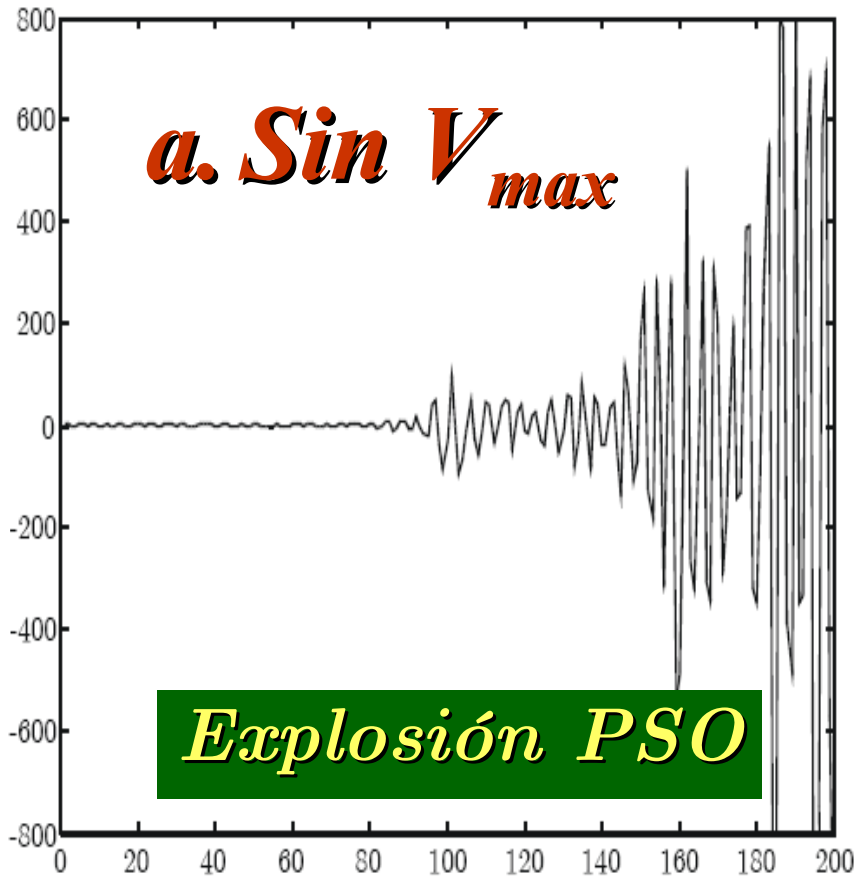
OG = Óptimo Global

META-HEURÍSTICA PSO – Formulación *Canónica*

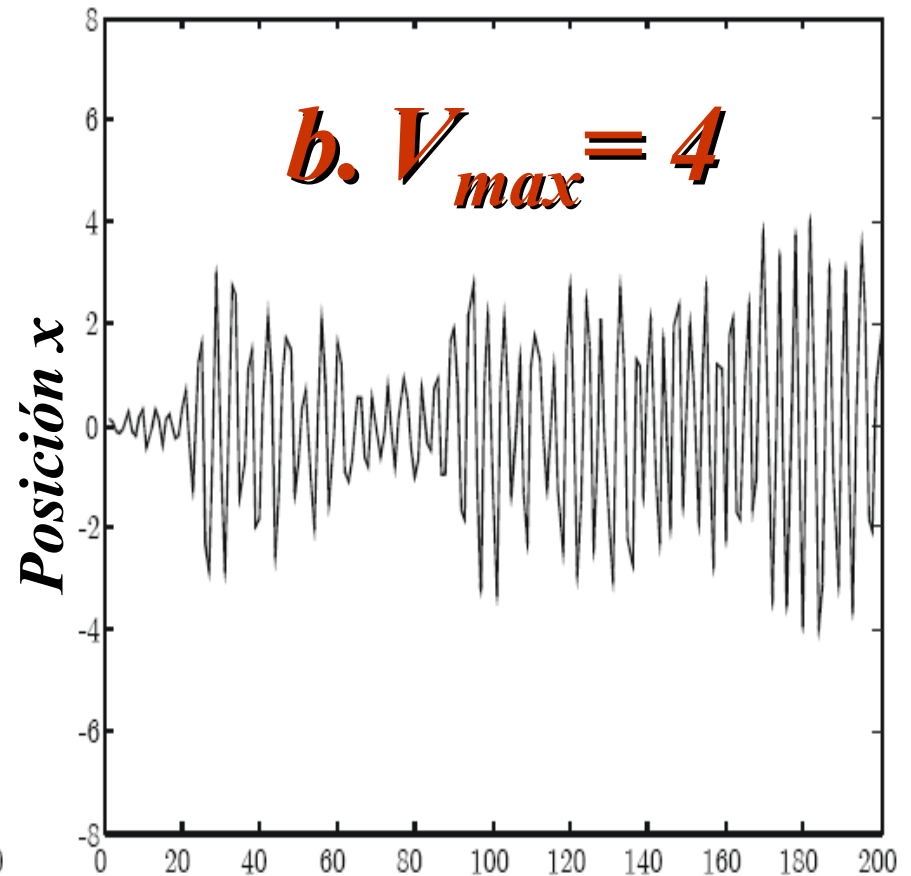
PSO – Influencia de v_{max}

$$x(0)=0.0, v(0)=0.1, w_C=w_S=2.0, \text{ y } p(k)=g(k)=0.0$$

a. Sin V_{max}



b. $V_{max}=4$



Iteraciones

Iteraciones

Alteraciones en la Forma Canónica del PSO

- *Ajuste o Sintonización de la velocidad:*

Ecuación del Cambio de Velocidad con Peso Inercial w_I

$$v_{in}(k+1) = \{w_I \times v_{in}(k)\} + w_C \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + w_S \times r_2 \times [g_n(k) - x_{in}(k)]$$

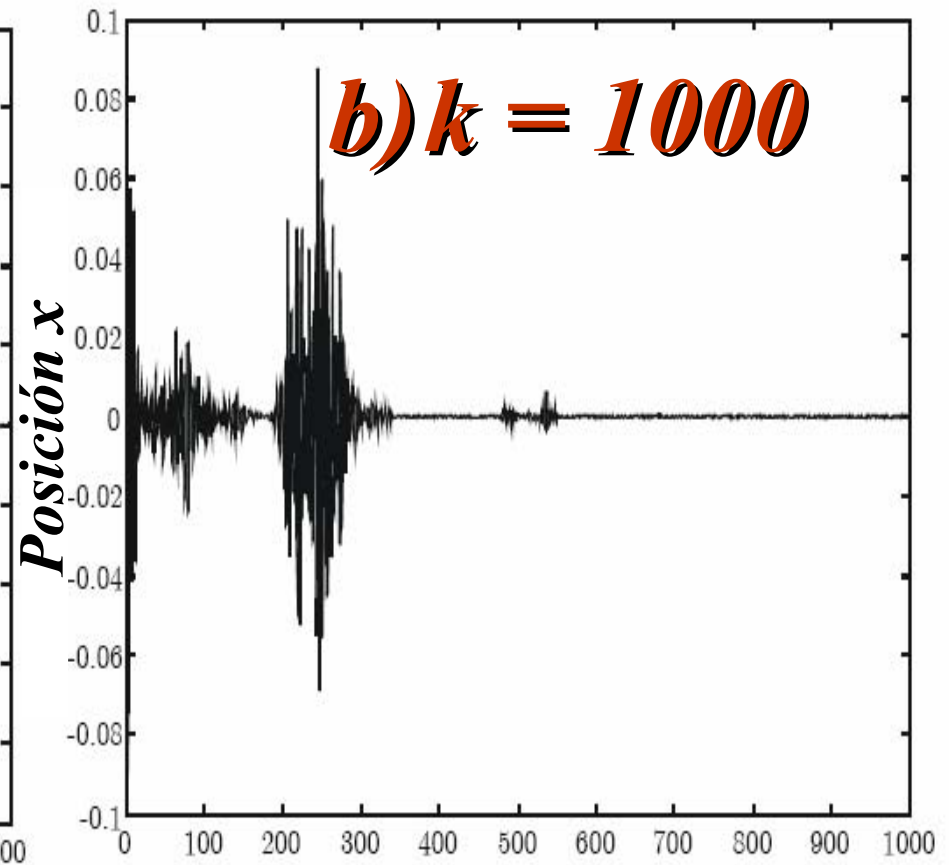
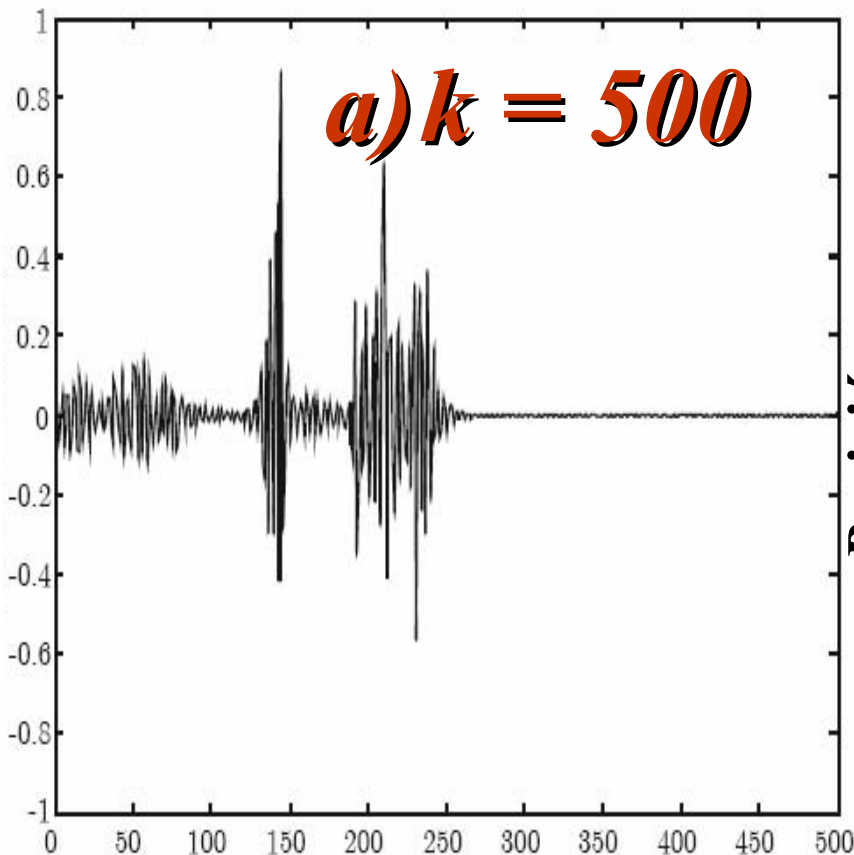
$w_I \in [0,1] \Rightarrow$ ***Constante de Inercia***

- *Controla la tendencia de la partícula a continuar en la dirección en la que se estaba moviendo.*
- *Regula la relación entre **capacidad de exploración** y **tendencia hacia las soluciones locales**.*

META-HEURÍSTICA PSO – Modelo con Peso Inercial

PSO – Influencia del Peso Inercial Sin v_{Max}

$$x(0)=0.0, v(0)=0.1, w_C=w_S=2.0, y p(k)=g(k)=0.0$$



Iteraciones

$$w_I = 0.8$$

Iteraciones

META-HEURÍSTICA PSO – Modelo con Decaimiento Inercial

Alteraciones en la Forma Canónica del PSO

- *Ajuste o Sintonización **Variable** de la velocidad:*

Ecuación del Cambio de Velocidad con Decaimiento Inercial $D_I(k)$

$$v_{in}(k+1) = \{D_I(k) \times v_{in}(k)\} + w_C \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + w_S \times r_2 \times [g_n(k) - x_{in}(k)]$$

$D_I(k)$ \rightarrow $[0, 1]$ \Rightarrow ***Función de Inercia***

- *Empleando la **Constante** o **Función de Decaimiento de Inercia** igual **vMax** debe **limitarse**.*

META-HEURÍSTICA PSO – Modelo con Factor de Constricción: Modelo de CLERC

Alteraciones en la Forma Canónica del PSO

➤ *Ajuste o Sintonización de la **velocidad total**:*

*Ecuación del Cambio de Velocidad con Factor
de Constricción χ*

$$v_{in}(k+1) = \chi \times \{v_{in}(k) + \varphi_C \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + \varphi_S \times r_2 \times [g_n(k) - x_{in}(k)]\}$$

$$\chi = \frac{2 \times \kappa}{\left| 2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4 \times \varphi} \right|}$$

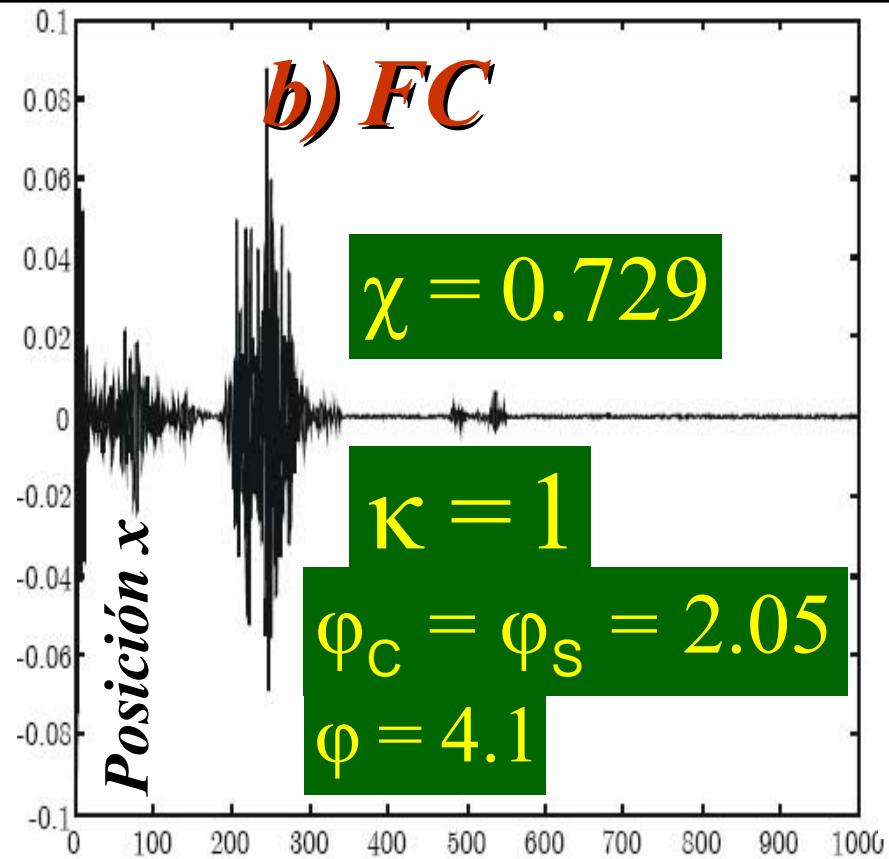
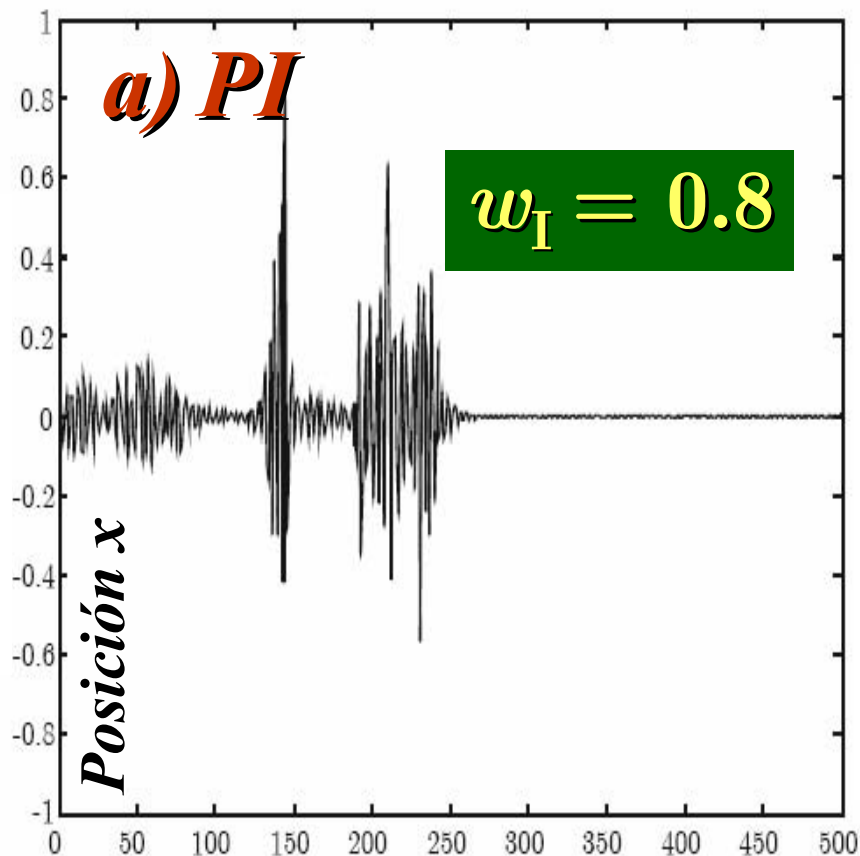
$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa \in [0,1] \\ \varphi = \varphi_C + \varphi_S \end{array} \right.$$

$$\forall \varphi > 4$$

META-HEURÍSTICA PSO – Comparación

PSO PI y PSO FC – Comparación Sin v_{Max}

$$x(0)=0.0, v(0)=0.1, w_C=w_S=2.0, y p(k)=g(k)=0.0$$



Ajuste de Parámetros

META-HEURÍSTICA PSO – *Parámetros*

Forma Canónica, PI y FC del PSO

En PSO los Parámetros Básicos que deben ajustarse resultan ser:

- ***Las Constantes Cognitiva y Social***
- ***El Tamaño de la Población***
- ***El Límite Superior de la Velocidad v_{max}***
- ***El Peso – Función de Decaimiento Inercial***
- ***El Factor de Constricción***

META-HEURÍSTICA PSO – *Parámetros*

El Peso Inercial - PI

- *PI elevado propicia la exploración*
- *PI bajo propicia la convergencia según los ajustes de las influencias MP y MG*

→ Su selección es un compromiso

Ecuación del Cambio de Velocidad con Peso Inercial w_i

$$v_{in}(k+1) = \{w_i \times v_{in}(k)\} + w_c \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + w_s \times r_2 \times [g_n(k) - x_{in}(k)]$$

1) Valor Constante → [0.4, 0.8]

META-HEURÍSTICA PSO – *Parámetros*

El Peso Inercial - PI

2) Función Decreciente – Decaimiento Lineal

Ecuación del Cambio de Velocidad con Peso Inercial Decreciente Lineal $w_{ILin}(k)$

$$v_{in}(k+1) = \{w_{ILin}(k) \times v_{in}(k)\} + w_c \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + w_s \times r_2 \times [g_n(k) - x_{in}(k)]$$

$$w_{ILin}(k) = w_{Max} - \frac{(w_{Max} - w_{Min})}{nK} \times k$$

$$(w_{Min}, w_{Max}) \rightarrow (0.4, 0.9)$$

k = iteración; nK = Número Límite de Iteraciones

META-HEURÍSTICA PSO – *Parámetros*

El Peso Inercial - PI

3) Función Decreciente – Decaimiento NO-Lineal

Ecuación del Cambio de Velocidad con Peso Inercial Decreciente NO-Lineal $w_{ILinPE}(k)$

$$v_{in}(k+1) = \{w_{ILinPE}(k) \times v_{in}(k)\} + w_c \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + w_s \times r_2 \times [g_n(k) - x_{in}(k)]$$

$$w_{ILin}(k) = \left[w_{Max} - \frac{(w_{Max} - w_{Min})}{nK} \times k \right]^{PE}$$

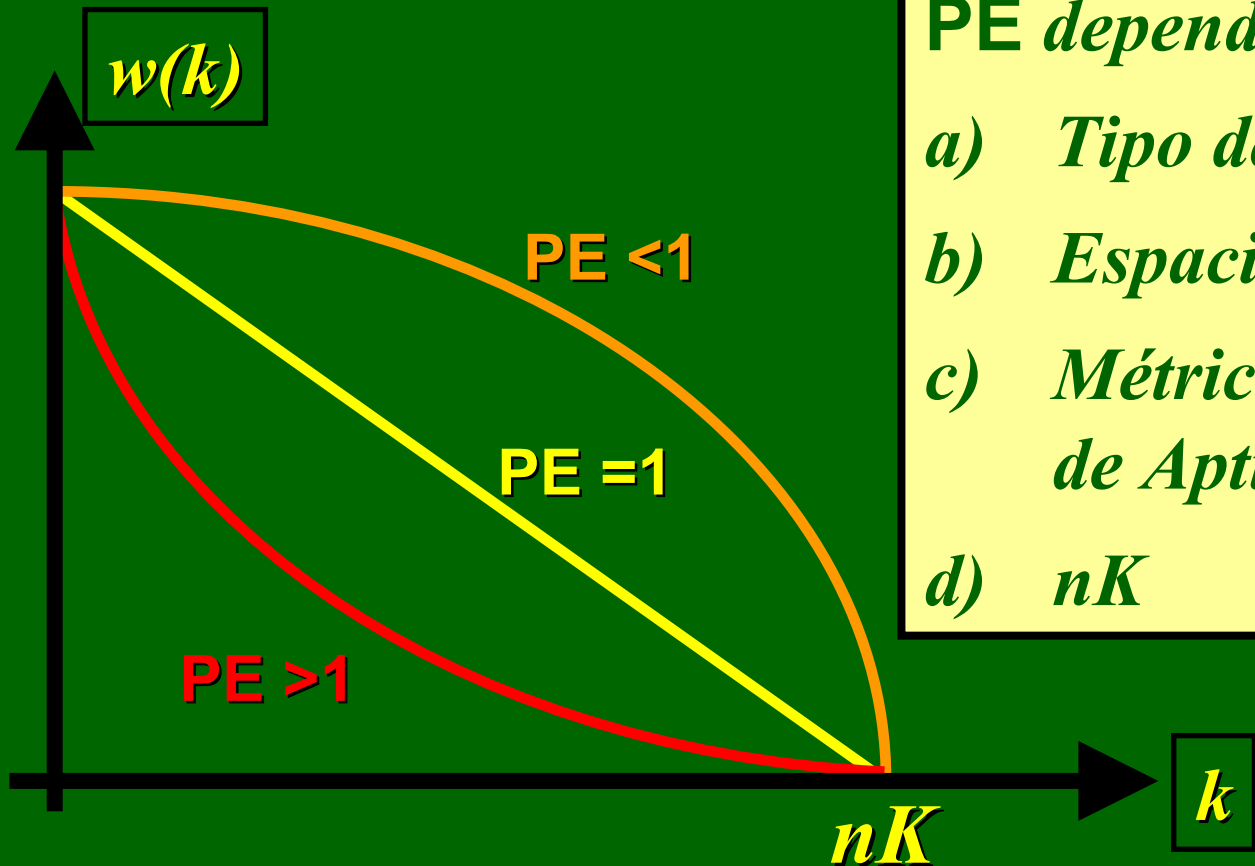
$$(w_{IMin}, w_{IMax}) \rightarrow (0, 1)$$

k = iteración; nK = Número Límite de Iteraciones

META-HEURÍSTICA PSO – *Parámetros*

El Peso Inercial - PI

3) Función Decreciente – Decaimiento Lineal y NO-Lineal



PE depende de:

- Tipo de Problema*
- Espacio de Búsqueda*
- Métrica de la Función de Aptitud*
- nK

META-HEURÍSTICA PSO – *Parámetros*

El Peso Inercial - PI

4) Peso Inercial Variable de Componente Aleatoria

Ecuación del Cambio de Velocidad con Peso Inercial de Componente Aleatoria w_{IAle}

$$v_{in}(k+1) = \{w_{IAle} \times v_{in}(k)\} + w_c \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + w_s \times r_2 \times [g_n(k) - x_{in}(k)]$$

$$w_{IAle} = 0.5 + \frac{rnd}{2}$$

$$rnd \rightarrow U[0, 1]$$

$$[w_{IMin}, w_{IMax}] \rightarrow [0.5, 1]$$

Para cada iteración k , se ejecuta rnd modificando w_{IAle} en $[w_{IMin}, w_{IMax}]$

META-HEURÍSTICA PSO – *Parámetros*

Las Constantes Cognitiva y Social w_C y w_S


- *La elección de w_C y w_S no está disociada de la elección de **PI**.*
- *La versión original del PSO propone:
 $w_C = w_S = 2$ (con ello, el valor esperado de $w_C \times r_1 = w_S \times r_2 = 1$: las partículas sobrevuelan el Objetivo $\Delta t/2$).*
- *La misma versión suele combinarse con el **Modelo con PI Decreciente**.*
- *Como Alternativa, se emplea el **Modelo con PI Aleatorio** y $w_C = w_S = 1.49445$.*

META-HEURÍSTICA PSO – *Parámetros*

Modelo de CLERC - Factor de Constricción

➤ *La elección de los Parámetros PI , w_C y w_S se traduce en los Parámetros χ , φ_C y φ_S . Clerc*

Es Clara la Interrelación entre Parámetros:


$$\chi = \frac{2 \times \kappa}{\left| 2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4 \times \varphi} \right|}$$

$$\begin{cases} \kappa \in [0,1] \\ \varphi = \varphi_C + \varphi_S \end{cases}$$

$$\forall \varphi > 4$$

Configuración de Valores con: $\kappa = 1$

- $\varphi_C = \varphi_S = 2.05$; $\varphi = 4.1 \rightarrow \chi = 0.729$
- $\varphi_C = 2.8$; $\varphi_S = 1.3$; $\varphi = 4.1 \rightarrow \chi = 0.729$

META-HEURÍSTICA PSO – *Parámetros*

Tamaño de la Población [TP]

La Elección del [TP] debe ser cuidadosa y es altamente dependiente del Problema:

- *Un **número muy grande de partículas** propicia la exhaustividad en la búsqueda, pero supone un enorme costo computacional.*
- *Un **número muy pequeño de partículas** atenta contra la diversidad de respuesta de Swarm y, frecuentemente, produce convergencias prematuras.*
- *Optimización de $f(x,y)$: [10-30]; Ubicación Óptima de ET y Alimentadores: [100-200].*

META-HEURÍSTICA PSO – *Parámetros*

La Velocidad Máxima v_{Max}

Asumiendo algún tipo de Control mediante el Modelo de Peso Inercial o el de Factor de Contracción, su ajuste responde a tres enfoques:

- 1. Se asigna como v_{Max} el Rango de Variación de la Variable asociada a cada **dimensión**:*

$$v_{nMax} \leq |x_{nMax} - x_{nMin}| \rightarrow n \text{ Dimensión en } N$$

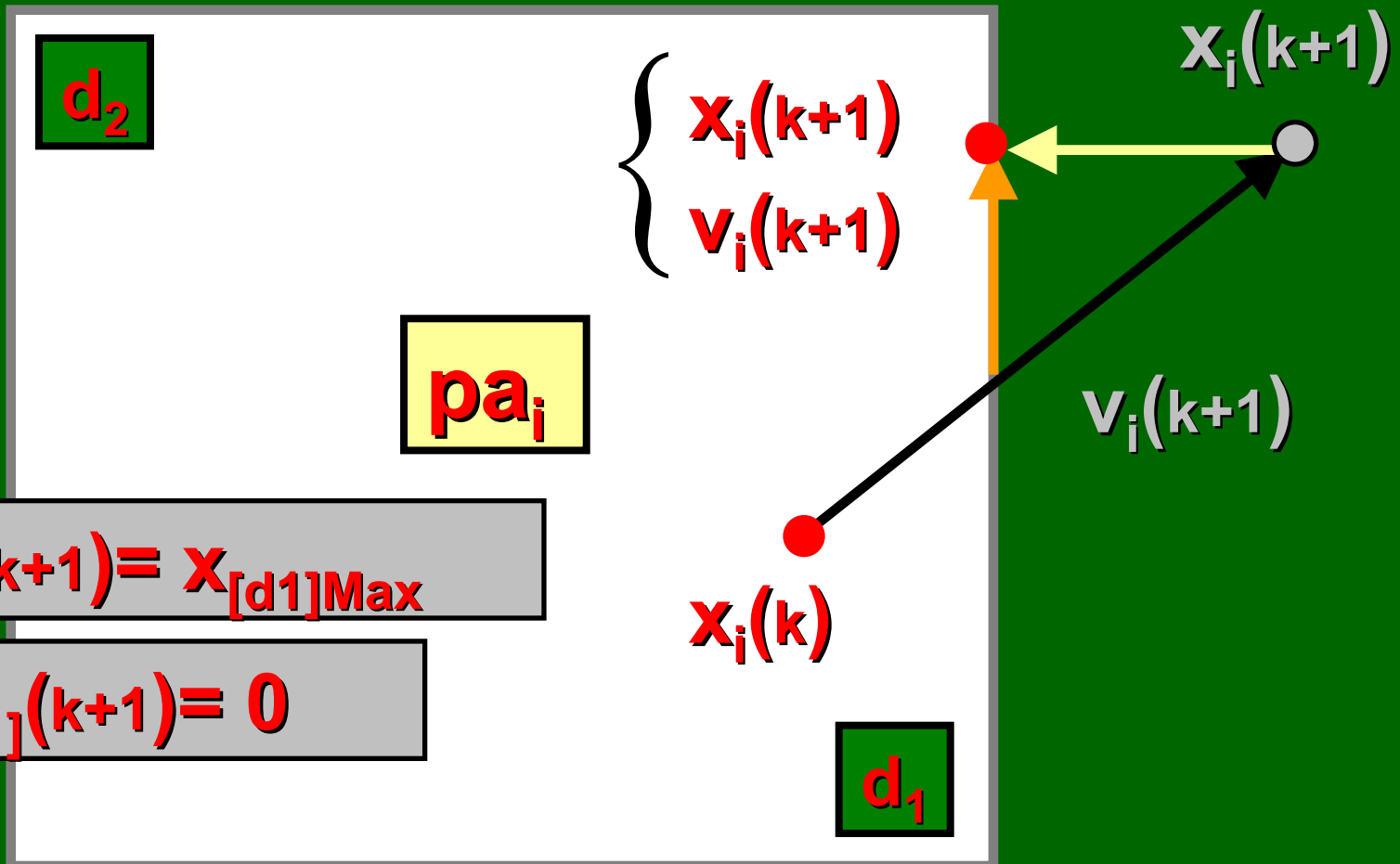
- 2. La v_{Max} se establece como en 1. y **Decrece** con el **Número de Iteraciones**.*

- 3. La v_{Max} es **Adaptativa**, **Aleatoria** y **Decreciente** con el **Número de Iteraciones**.*

*Límites Dinámicos
en el Espacio N -
Dimensional de
Búsqueda*

META-HEURÍSTICA PSO – *Límites en el Espacio N-Dimensional de Búsqueda*

Pared Absorbente

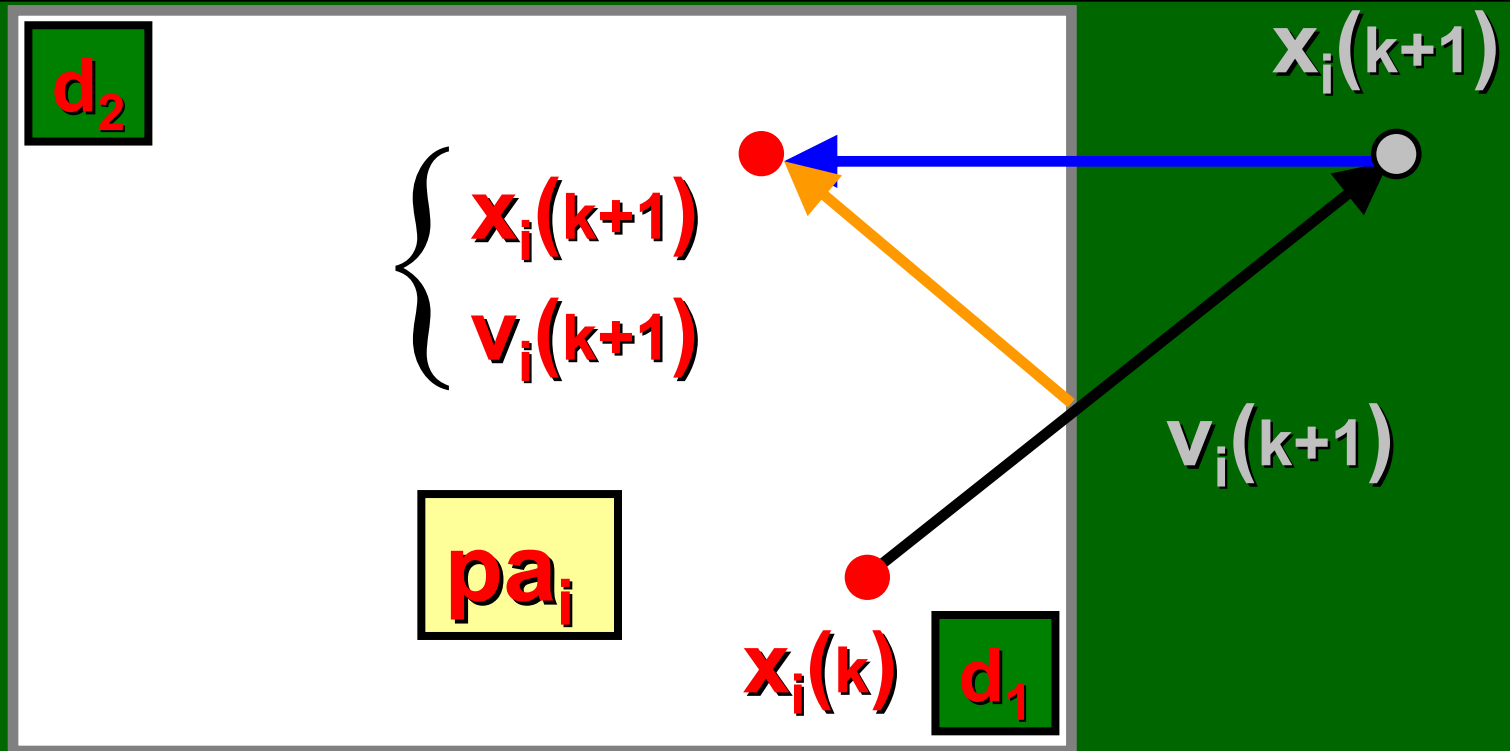


$$x_{i[d1]}(k+1) = x_{[d1]}Max$$

$$v_{i[d1]}(k+1) = 0$$

META-HEURÍSTICA PSO – *Límites en el Espacio* *N-Dimensional de Búsqueda*

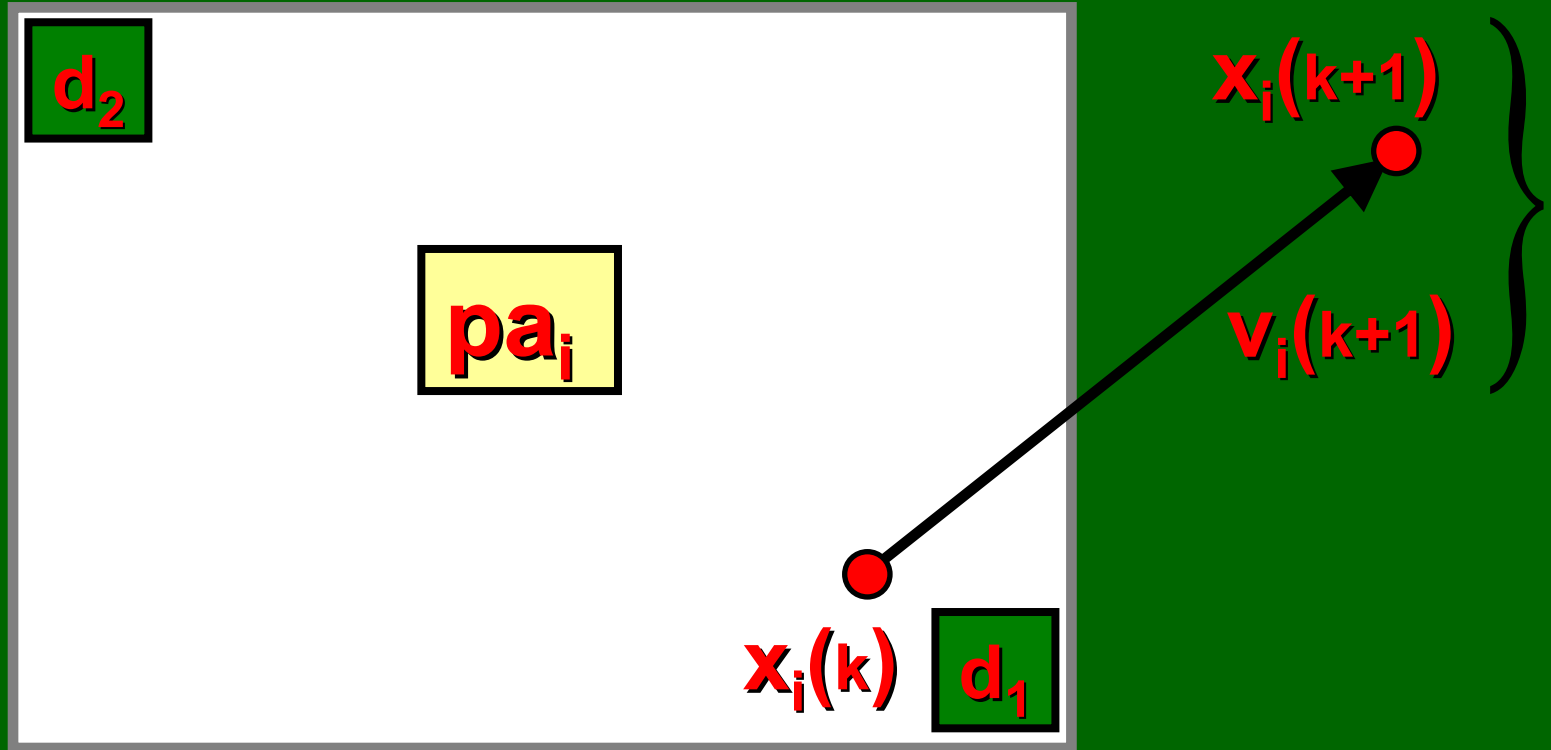
Pared Reflectante



$$\begin{cases} v_{i[d_1]}(k+1) = -v_{i[d_1]}(k+1) \\ x_{i[d_1]}(k+1) = 2 \times x_{i[d_1]Max} - x_{i[d_1]}(k+1) \end{cases}$$

META-HEURÍSTICA PSO – *Límites en el Espacio* *N-Dimensional de Búsqueda*

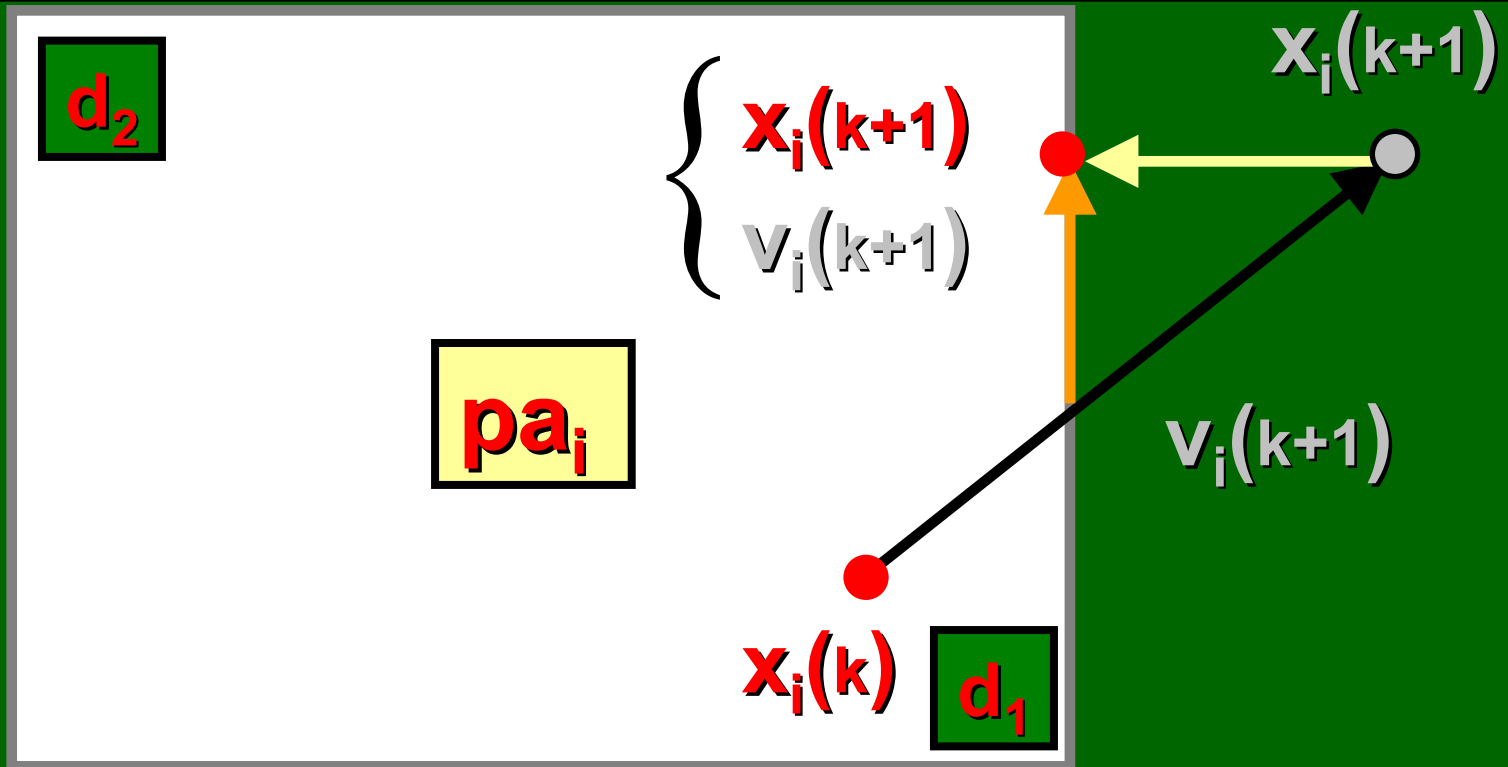
Pared Invisible



No se Calcula el *Fitness* o *Aptitud* de la partícula i en $(k+1)$

META-HEURÍSTICA PSO – Límites en el Espacio N-Dimensional de Búsqueda

Pared Frontera

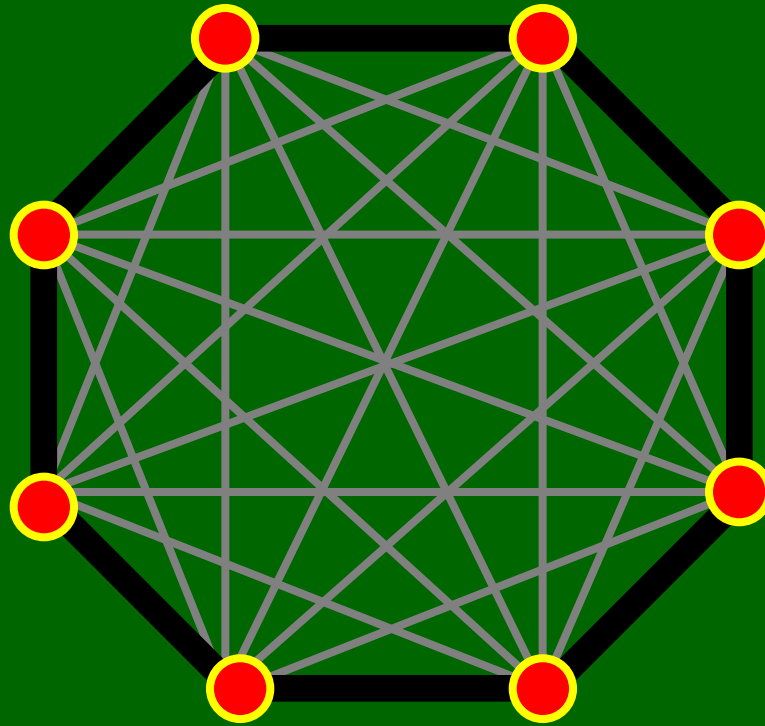


$$\begin{cases} x_{i[d1]}(k+1) = x_{[d1]Max} \\ v_i(k+1) = v_i(k+1) \end{cases}$$

Esquemas del PSO

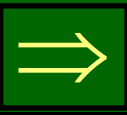
META-HEURÍSTICA PSO – Topologías

Topología Global



Todas las Partículas están Interrelacionadas y Reciben Información de sus Congéneres

$G=(g_1, g_2, \dots, g_N)$

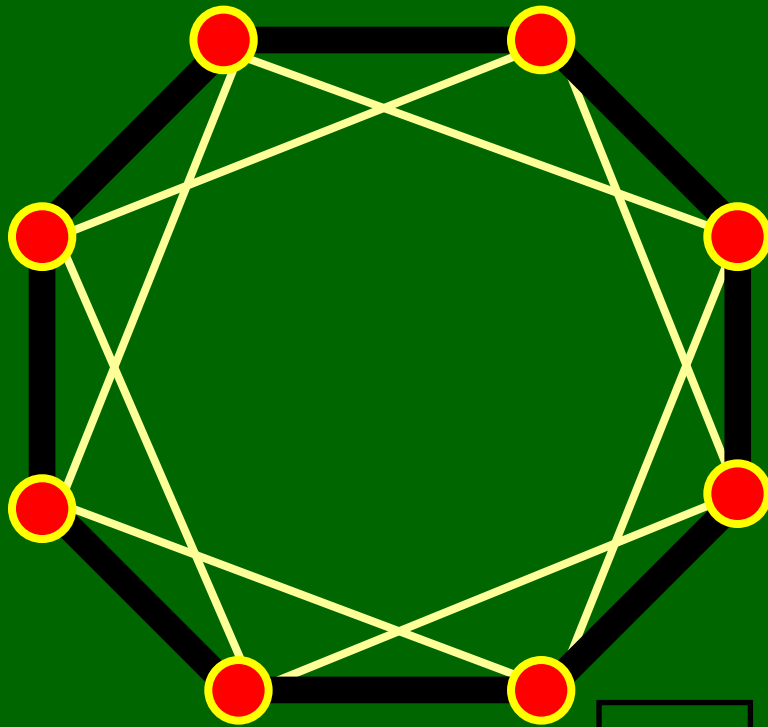


Vector Posición Mejor Global

➤ *Se ralentiza la transmisión de información pero es completa*

META-HEURÍSTICA PSO – Topologías

Topología Local con $n_v = 4$



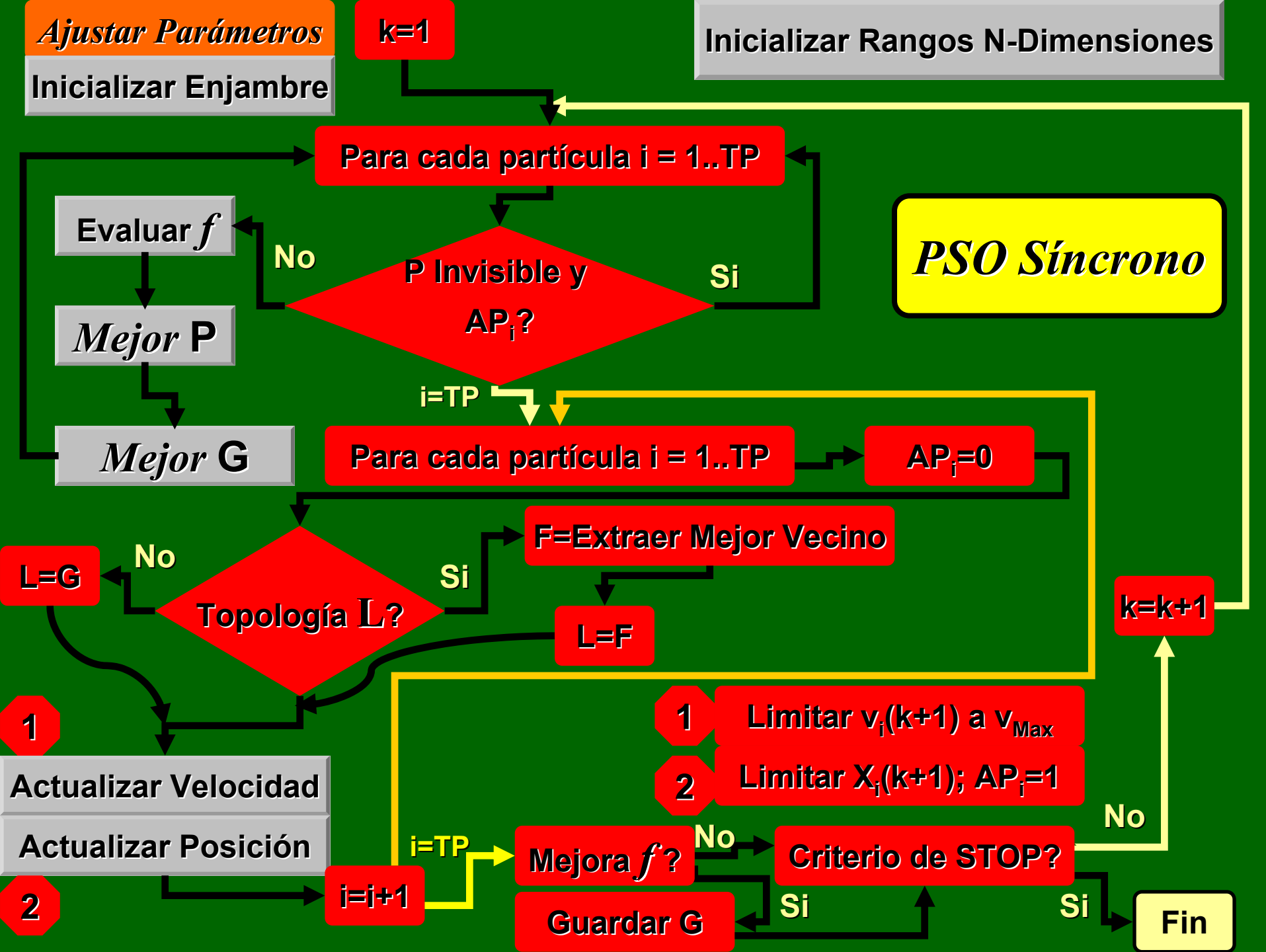
$$L = (l_1, l_2, \dots, l_{NGr})$$

*Vector Posición Mejor Local
por Grupo de Vecinos*

*Todas las Partículas se
Relacionan (y Reciben
información)
únicamente con sus n_v
vecinas*

➤ *Se acelera la
transmisión de
información pero
por grupo de n_v*

Diagramas de Flujo para el PSO



Ajustar Parámetros

Inicializar Enjambre

Inicializar Rangos N-Dimensiones

$k=1$

Para cada partícula $i = 1..TP$

$AP_i=0$

PSO Asíncrono

No

Si

Topología L ?

$L=G$

$F=$ Extraer Mejor Vecino

$L=F$

Actualizar Velocidad

Actualizar Posición

Limitar $v_i(k+1)$ a v_{Max}

Limitar $X_i(k+1)$; $AP_i=1$

Evaluar f

Mejor P

No

P Invisible y AP_i ?

Mejor G

Si

$i=i+1$

Mejora f ?

No

Criterio de STOP?

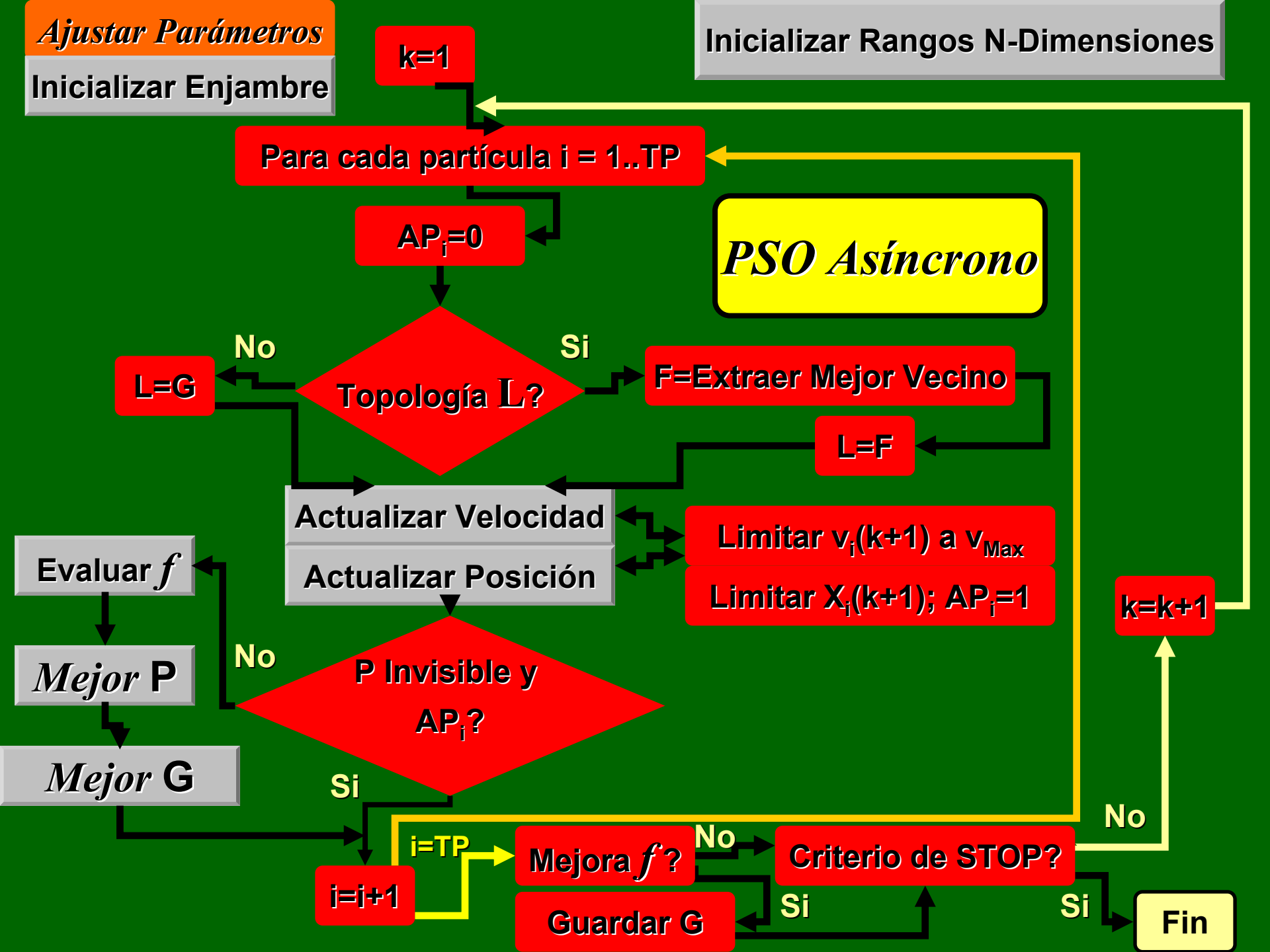
No

Si

Guardar G

Fin

$k=k+1$



La Inicialización del Enjambre supone que existen I Partículas, a las que se les asigna posiciones y velocidades aleatorias:

$$X_i \rightarrow \{x_{i1}^{rnd} \dots x_{iN}^{rnd}\}$$

$$V_i \rightarrow \{v_{i1}^{rnd} \dots v_{iN}^{rnd}\}$$

$$P_i \text{ y } G = \text{Mejor}(P_i) \text{ en } I$$

PSO Síncrono

*Rango de Parámetros –
Definición del Espacio de
Soluciones: en cada
Dimensión n, se fija que la
variable $x_n \rightarrow [x_n^{\text{Min}}, x_n^{\text{Max}}]$*

PSO Síncrono

Evaluación de la Función de Aptitud: para cada Partícula, **i**, y en cada iteración, **k**, existirá un vector $X_i(k) \rightarrow f_i(k) = f(X_i(k))$

PSO Síncrono

Actualización del Mejor Personal:
para cada Partícula, **i**, y en cada
iteración, **k**, se comprueba si con
$$P_i: f_i(k) > f(P_i) \rightarrow P_i = X_i(k)$$

PSO Síncrono

Actualización del Mejor Global:
para cada Partícula, **i**, y en cada
iteración, **k**, se comprueba si con
G: $f_i(k) > f(G) \rightarrow G = X_i(k)$

PSO Síncrono

Actualización de la velocidad: para cada Partícula, **i**, en cada dimensión, **n**, y en cada iteración, **k**, se procede según el **Modelo PSO**:

1) *Velocidad* con Peso Inercial

$$v_{in}(k+1) = \{w(k) \times v_{in}(k)\} + w_C \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + w_S \times r_2 \times [l_n(k) - x_{in}(k)]$$

2) *Velocidad* con Factor de Constricción

$$v_{in}(k+1) = \chi \times \{v_{in}(k) + \varphi_C \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + \varphi_S \times r_2 \times [l_n(k) - x_{in}(k)]\}$$

PSO Síncrono

Actualización de la posición: para cada Partícula, **i**, en cada dimensión, **n**, y en cada iteración, **k**, se procede según mediante:

Ecuación del Movimiento

$$x_{in}(k+1) = x_{in}(k) + v_{in}(k+1) \times \Delta t$$

con $\Delta t = 1$

PSO Síncrono

META-HEURÍSTICA PSO – Modelo con Factor de Constricción: Modelo de CLERC

Alteraciones en la Forma Canónica del PSO

➤ *Ajuste o Sintonización de la **velocidad total**:*

Ecuación del Cambio de Velocidad con Factor
de Constricción χ

Ajuste χ

$$v_{in}(k+1) = \chi \times \{v_{in}(k) + \varphi_C \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + \varphi_S \times r_2 \times [g_n(k) - x_{in}(k)]\}$$

$$\chi = \frac{2 \times \kappa}{\left| 2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4 \times \varphi} \right|}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa \in [0, 1] \\ \varphi = \varphi_C + \varphi_S \end{array} \right.$$

$$\forall \varphi > 4$$