

*FUNDACIÓN BARILOCHE
INSTITUTO DE ECONOMÍA ENERGÉTICA
CONICET*

*Seminario sobre METAHEURÍSTICAS
ENDIO XXII – EPIO XX*

Título:

***Análisis de las Metaheurísticas PSO,
EPSO y su Extensión FPSO, FEPSO***

Disertante: Dr. Gustavo Schweickardt

Buenos Aires, Diciembre de 2009

1. *Heurísticas y Meta-Heurísticas.*

2. *La Meta-Heurística PSO (Particle Swarm Optimization/Optimización por Enjambre de Partículas).*

1. *Introducción.*

2. *Formulación.*

3. *Ajuste de Parámetros.*

4. *Límites Dinámicos en el Espacio de Búsqueda.*

5. *Esquemas más importantes del PSO.*

6. *Diagramas de Flujo del PSO.*

3. La Meta-Heurística EPSO (Evolutionary Particle Swarm Optimization).

1. Analogías y Diferencias entre los GA (Genetics Algorithms) y el PSO.

2. Concepción del EPSO.

3. Formulación.

4. Topología de Estrella Estocástica y Factor de Comunicación.

5. Diagrama de Flujo del EPSO.

4. La Extensiones FPSO (Fuzzy Particle Swarm Optimization) y FEPSO (Fuzzy Evolutionary Particle Swarm Optimization).

Heurísticas y Meta- Heurísticas

Qué es una HEURÍSTICA?



Reglas de la Experiencia o “de Buena Práctica”

- Constituye una serie de *procedimientos* o *estrategias* de las que se supone conducen a un Destino/Objetivo deseado.
- Se trata de *alcanzar el Objetivo, sin garantías.*

Qué es una HEURÍSTICA?

Etimología del Término

- Proviene de la palabra griega ***heuriskein*** que se traduce como ***encontrar***.
- Se lo relaciona con la supuesta exclamación ***¡eureka!*** de Arquímedes al encontrar la solución del principio hidrostático que lleva su nombre.

Qué es una META-HEURÍSTICA?

Etimología del Término

- Deriva del Complemento entre la palabra ***heuriskein*** y el prefijo ***meta*** que se traduce como ***más allá de*** o ***en un nivel superior de***.
- Su introducción en IO se le atribuye a Fred Glover, al presentar su método de ***Búsqueda Tabú*** (ref. 1988, 1997).

Qué es una META-HEURÍSTICA?



*Controversia y Discusión relativa la los
Términos Heurística y Meta-Heurística*

*Dictionay Of Algorithms and Data Structures,
Editado por the National Institute of Standars
and Technology – Peter Black (actualizado
en Marzo 2009)*

1. Un Marco de Referencia Algorítmico cuyo Enfoque puede ser especializado para Resolver Problemas de Optimización.
2. Una Estrategia de Alto Nivel que Guía/Conduce Heurísticas en la Búsqueda de Soluciones Factibles.

META-HEURÍSTICAS



La Definición Adoptada:

*Una **Metaheurística** se define como un **proceso iterativo** que guía una **heurística subordinada**, combinando diferentes conceptos para explorar y explotar las características que pueda exhibir el espacio de búsqueda.*

(Osman and Laporte, ref. 1996)

META-HEURÍSTICAS



*Algunas de las Metaheurísticas más
Importantes/Empleadas:*

- 1. Algoritmos Genéticos (GA)*
- 2. Recocido Simulado (SA)*
- 3. Búsqueda Tabú (TS)*
- 4. Optimización por Colonia de Hormigas (ACO)*
- 5. Optimización por Enjambre de Partículas (PSO)*

META-HEURÍSTICAS A Desarrollar



Se presentarán las Metaheurísticas:

- i. Optimización por Enjambre de Partículas (PSO)*
 - i. Extensión MultiObjetivo: Optimización Difusa por Enjambre de Partículas (FPSO)*
- ii. Optimización Evolucionaria por Enjambre de Partículas (EPSO)*
 - i. Extensión MultiObjetivo: Optimización Evolucionaria Difusa por Enjambre de Partículas (FEPSO)*

La Meta-Heurística
EPSO (Evolutionary
Particle Swarm
Optimization)

Comparación entre los AG y el PSO

Analogías entre GA y PSO

- I. *Ambos métodos estocásticos se inicializan con una población de soluciones potenciales, partículas o agentes en el caso de PSO y cromosomas o individuos en el caso de GA.*

- II. *Realizan la búsqueda de una solución óptima en base a un proceso iterativo y generacional, utilizando una función de aptitud/fitness para evaluar el mérito de cada solución.*

Diferencias entre GA y PSO

- I. Conceptualmente: En **PSO** la esencia recae en la **Inteligencia de Grupo/Interacción Social-Cooperación**. En **GA** recae en la **Evolución de Especies**.
- II. Operacionalmente: Los **GA** utilizan diversos operadores: **selección, cruce y mutación**. **PSO** tiene sólo el operador **velocidad**.
- III. Estratégicamente: Los **GA** controlan la **convergencia** a través de sus **tasas de cruce y mutación**. **PSO** lo hace mediante el **Peso Inercial**, en forma más directa.

Concepción del EPSO

META-HEURÍSTICA EPSO – *Concepción*

[Evolution Strategic]+[Swarm Intelligence]

I. La principal limitación que presenta el **PSO**, es su dependencia de un muy delicado ajuste de *parámetros externos* según problema a resolver: *constantes de inercia, cognitiva y social*.

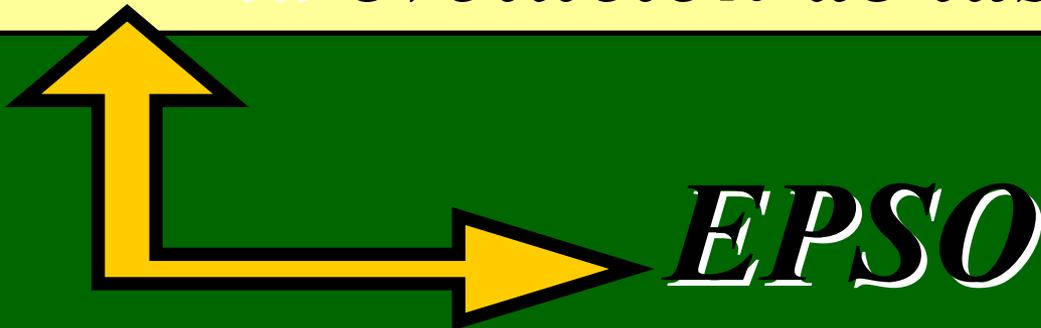
Propuesta: *conferirles alguna capacidad Auto-adaptativa*

II. Integrando los conceptos **ES** y **SI** se concibe una nueva **Meta-Heurística** que intenta tomar “*lo mejor de dos mundos*” (Ref. V. Miranda, 2002).

META-HEURÍSTICA EPSO – *Concepción*

[Evolution Strategic]+[Swarm Intelligence]

*Los autores proponen conferirle al **PSO**, una **capacidad autoadaptativa**, que permita a la Meta-Heurística desarrollar un **proceso de cambio de comportamiento**, conforme resulte la **evolución de las soluciones**.*



Formulación

META-HEURÍSTICA EPSO – *Formulación*

EPSO y los *Operadores Evolutivos*

Para un cierto *número de generaciones* se aplican los *operadores evolutivos*

1) **Replicación**



$\rho(p_i) \rightarrow n$ copias de p_i

2) **Mutación**



$\mu(w_{i[l,c,s]}) \rightarrow$ Parámetros
 $w_{i[l,c,s]}^*$ Mutados

3) **Reproducción**



Movimiento Evolutivo

4) **Evaluación**



$f(p_i)$ a todos los sucesores

5) **Selección**



Supervivencia de los $f(p_i)$ mejores
+ algunos aleatoriamente elegidos

META-HEURÍSTICA EPSO – *Formulación*

Ecuación Evolutiva del EPSO

1) *Ecuación Evolutiva de Regla de Movimiento*

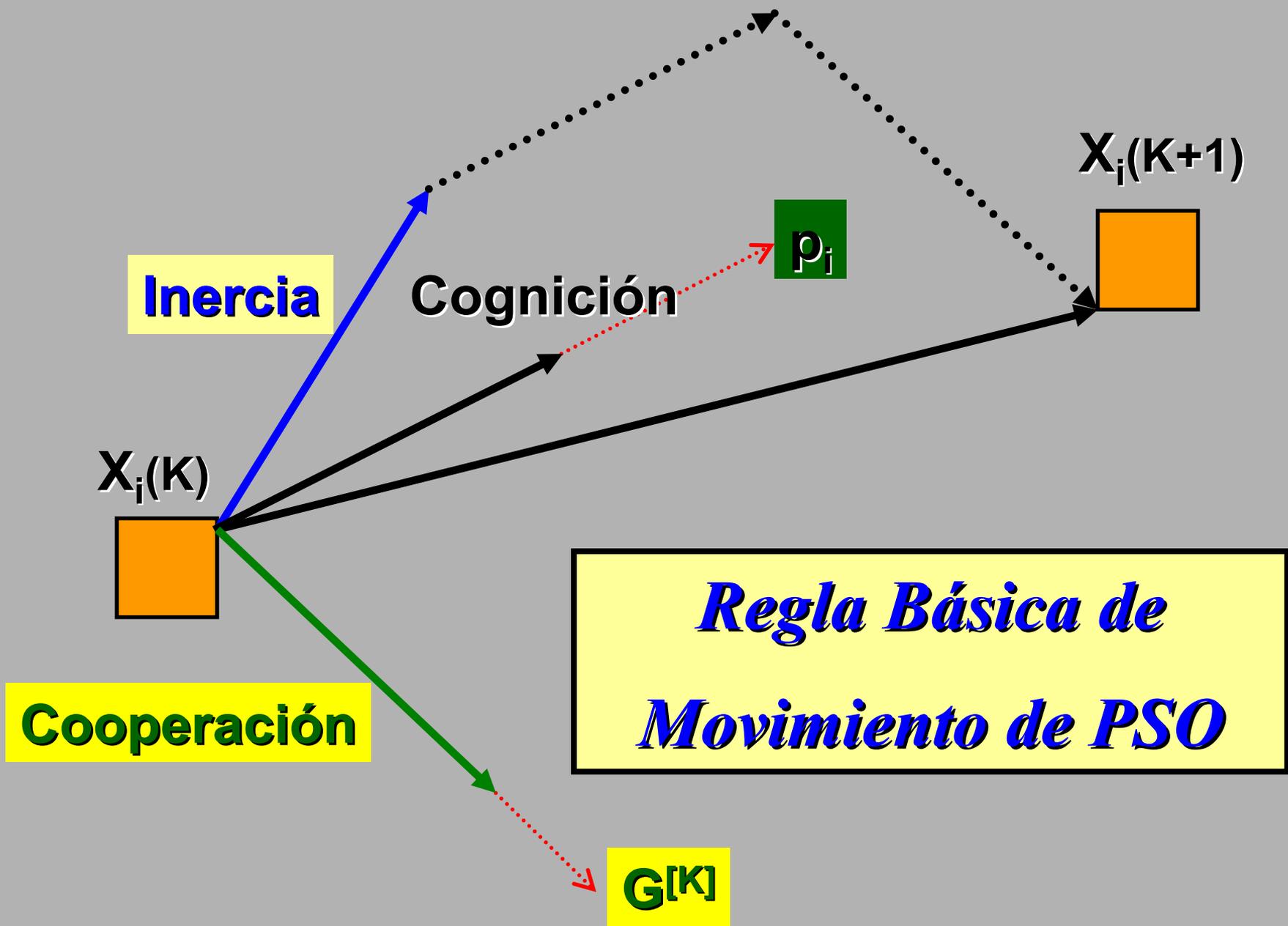
$$v_{in}(k+1) = \{w_i^*(k) \times v_{in}(k)\} + w_i^*c(k) \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + w_i^*s(k) \times r_2 \times [G_n^*(k) - x_{in}(k)]$$

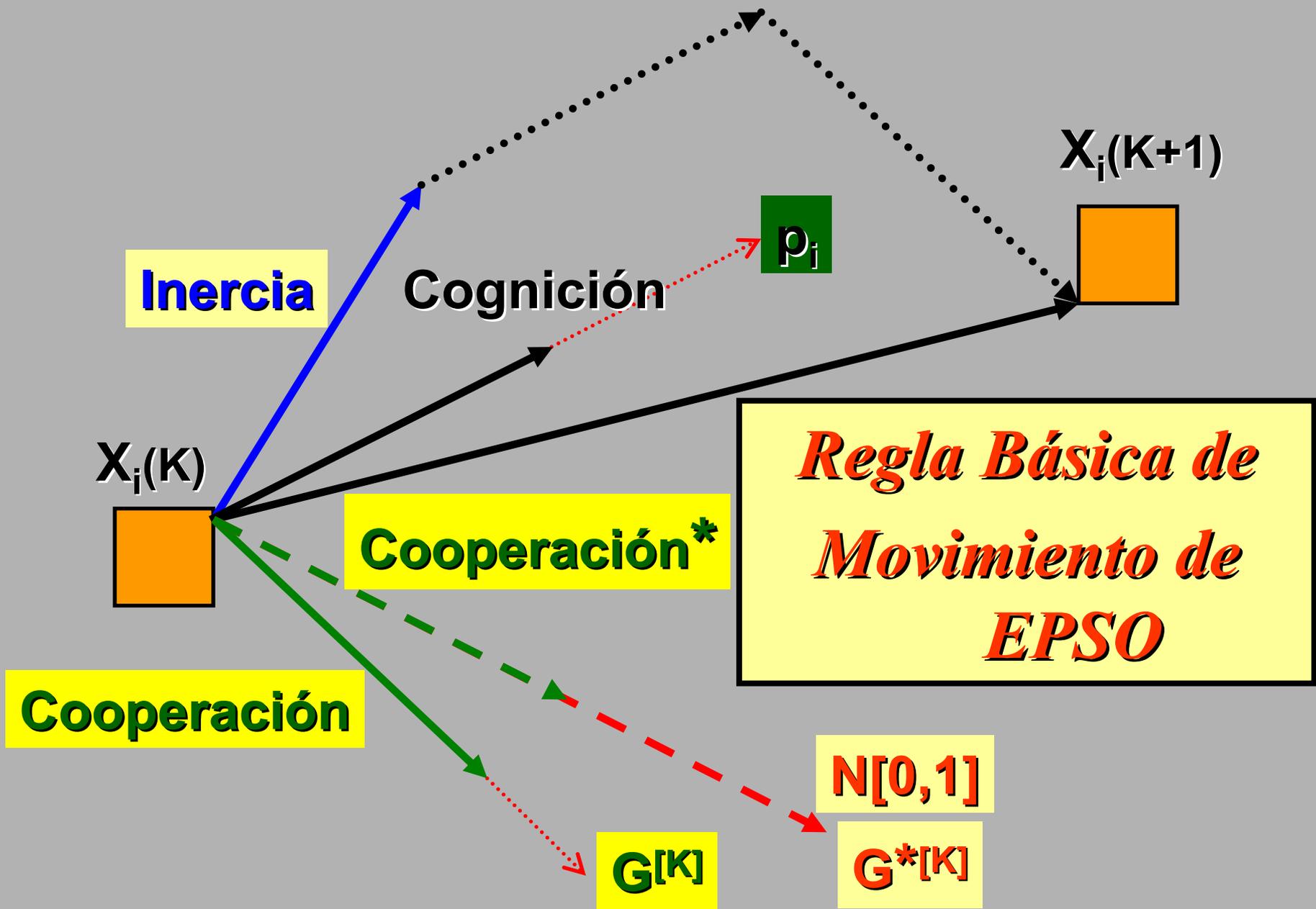
$$w_{ij}^*[k] = w_j \times [1 + \sigma \times N(0,1)] \quad j=\{I,C,S\}$$

σ controla la amplitud de las mutaciones

$$G^*(k) = G^*(k-1) + w_{iA}^*(k-1) \times N(0,1)$$

$w_{iA}^*(k-1)$ controla la amplitud del vecindario de G^* donde es más probable localizar la mejor Solución Global





META-HEURÍSTICA EPSO – *Formulación*

Ecuación Evolutiva del EPSO

2) *Ecuación Evolutiva de la Regla de Movimiento del EPSO con **Factor de Comunicación** $p(\alpha)$*

$$v_{in}(k+1) = \{w_i^*(k) \times v_{in}(k)\} + w_i^*c(k) \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + w_i^*s(k) \times r_2 \times [G_n^*(k) - x_{in}(k)] \times p(\alpha)$$

$$w_{ij}^*(k) = w_j \times [1 + \sigma \times N(0,1)] \quad j=\{I,C,S\}$$

$$G^*(k) = G^*(k-1) + w_{iA}^*(k-1) \times N(0,1)$$

α controla el intercambio de información sobre G^*

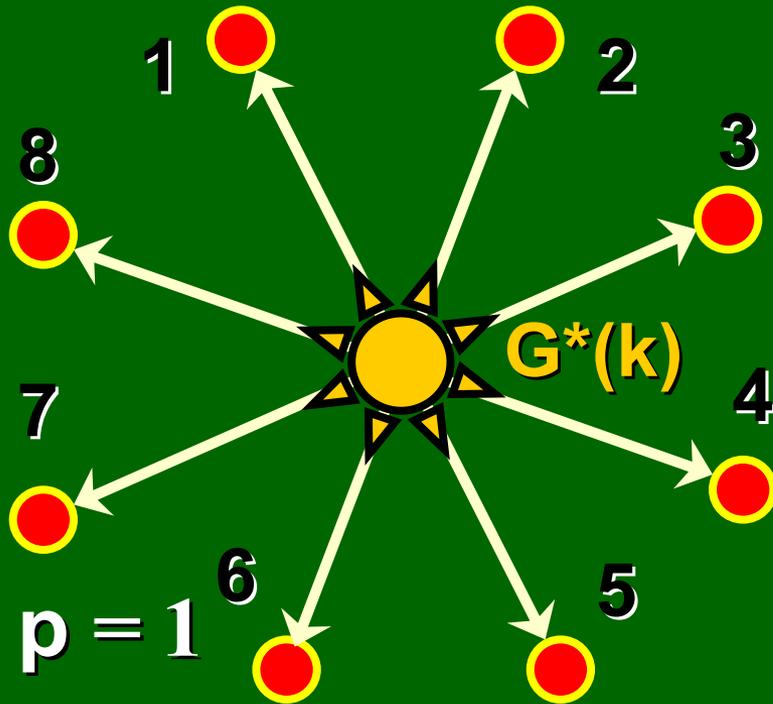


Altera la Topología

*Topología de
Estrella Estocástica
– Factor de
Comunicación*

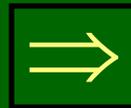
META-HEURÍSTICA EPSO – *Topología - Estrella*

Topología Estrella – $[\alpha] \rightarrow p = 1$



$$[\alpha] = \begin{bmatrix} 1 & - & - & - & - & - & - & - \\ - & 1 & - & - & - & - & - & - \\ - & - & 1 & - & - & - & - & - \\ - & - & - & 1 & - & - & - & - \\ - & - & - & - & 1 & - & - & - \\ - & - & - & - & - & 1 & - & - \\ - & - & - & - & - & - & 1 & - \\ - & - & - & - & - & - & - & 1 \end{bmatrix}$$

$G^*(k) = (g^*_1, g^*_2, \dots, g^*_N) (k)$

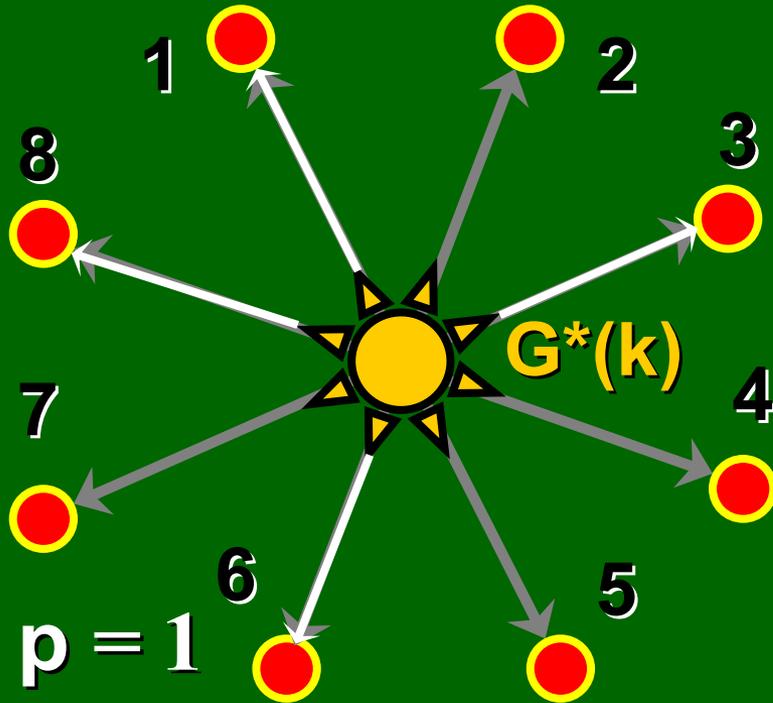


Vector Mejor Global

➤ *La Información sobre G^* tiene certeza de llegar a cada partícula del Swarm $\rightarrow [\alpha] = 1$*

META-HEURÍSTICA EPSO – Topología - Estrella

Topología Estrella Estocástica – $[\alpha] \rightarrow \{1, 0\}$



$$[\alpha] = \begin{bmatrix} 1 & - & - & - & - & - & - & - \\ - & 0 & - & - & - & - & - & - \\ - & - & 1 & - & - & - & - & - \\ - & - & - & 0 & - & - & - & - \\ - & - & - & - & 0 & - & - & - \\ - & - & - & - & - & 1 & - & - \\ - & - & - & - & - & - & 0 & - \\ - & - & - & - & - & - & - & 1 \end{bmatrix}$$

$$G^*(k) = (g^*_1, g^*_2, \dots, g^*_N) (k)$$



Vector Mejor Global

➤ *La Información sobre G^* tiene probabilidad p de llegar ($\alpha=1$) y $(1-p)$ de no llegar ($\alpha=0$) a cada partícula del Swarm*

*Topología de Estrella
Estocástica
Global/Individual –
Factores de
Comunicación entre
Óptimos Individuales*

META-HEURÍSTICA EPSO – Topología – Estrella

Estocástica Global-Individual (Porqué no sólo la

Diagonal Principal en $[\alpha]$?)

➤ La Información sobre cada p^*_i podría tener cierta probabilidad $p(\alpha_{ij})$ de influencia entre partículas del Swarm, por aplicación de los operadores evolutivos. Esta Topología es propuesta por el autor y está siendo investigada (*Estrella Global-Individual Estocástica*)

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} 1 & - & - & - & \alpha & - & - & - \\ - & 1 & - & - & - & - & - & - \\ - & - & 1 & - & - & - & \alpha & - \\ - & - & - & 1 & - & - & - & - \\ - & - & - & - & 1 & - & \alpha & - \\ - & - & - & - & - & 1 & - & - \\ - & \alpha & - & - & - & - & 1 & - \\ - & - & - & - & - & - & - & 1 \end{bmatrix}$$

Términos Adicionales en la Ecuación Evolutiva de Movimiento

$p^*(k) = (p^*_{1}, p^*_{2}, \dots, p^*_{N}) (k)$

Vector Mejor Individual

META-HEURÍSTICA EPSO – *Formulación*

Ecuación Evolutiva del EPSO – Topología *Estrella Global/Individual Estocástica*

$$v_{in}(k+1) = \{w_i^*(k) \times v_{in}(k)\} + w_i^*c(k) \times r_1 \times [p_{in}(k) - x_{in}(k)] + w_i^*s(k) \times r_2 \times [G_n^*(k) - x_{in}(k)] \times p(\alpha) + \sum_{j=1, j \neq i}^n w_{ib}^*[k] \times p(\alpha_{ij}) \times [p_{jn}(k) - x_{in}(k)] \}$$

$$w_{ib}^*[k] = w_{ib} \times [1 + \psi \times N(0,1)]$$

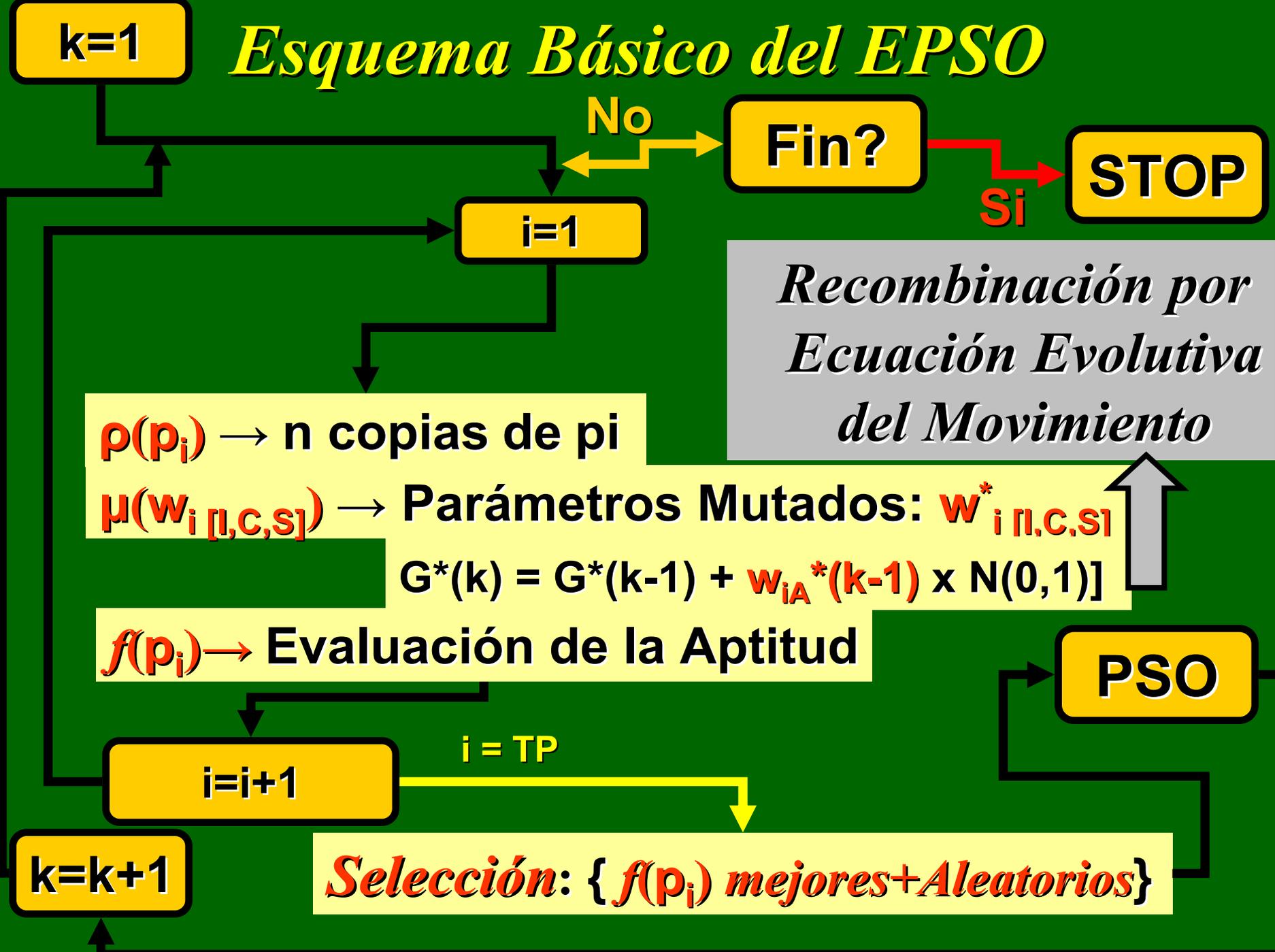
ψ *controla la amplitud de las mutaciones*

$n \equiv P$ *Es el tamaño de la Población*

Los Términos $\sum_{j=1, j \neq i}^n$ se aplican para componer una nueva generación, integrando el resto de los Operadores Evolutivos. $p(\alpha)$ corresponde al Factor de Topología Global, mientras que $p(\alpha_{ij})$ a la de Topología Individual

Diagrama de Flujo para el EPSO

Esquema Básico del EPSO



***FPSO Y FEPSO
como Meta-
Heurísticas de
Optimización Multi-
Objetivo***

META-HEURÍSTICAS FPSO y EPSO *MultiObjetivo*

PSO y EPSO se orientan a un único Objetivo

PSO y EPSO → primigeniamente en dominios donde existe **un único objetivo de optimización**.

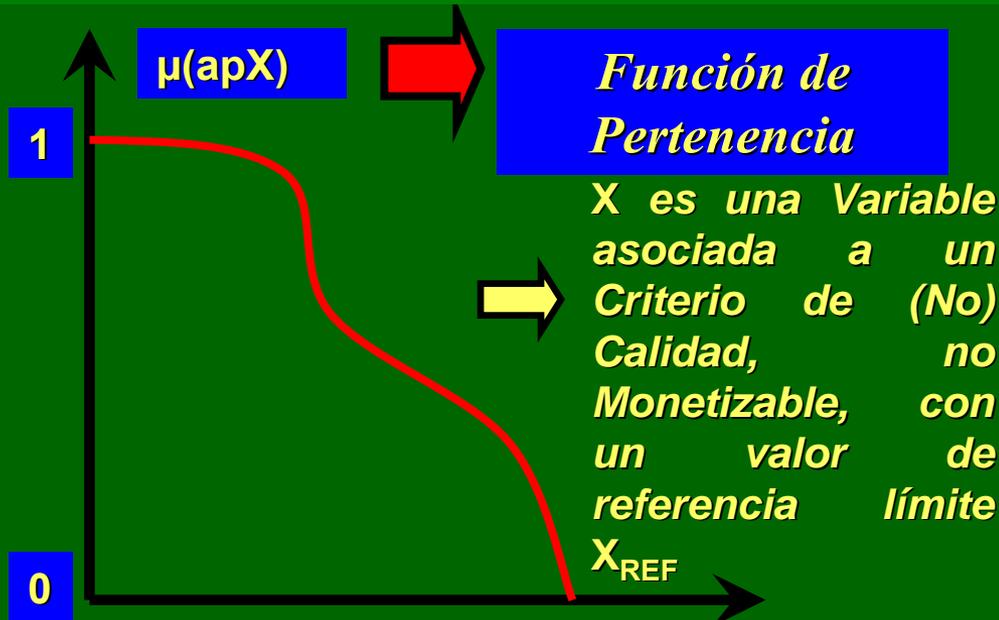
Si bien han sido propuestos diferentes enfoques (**Métricas Pareto-Óptimas**) el **Principio De Optimalidad de Bellman-Zadeh** ha proporcionado una modelación **adecuada y metodológicamente consistente**:

- 
- ⇒ 1. **Flexibilidad**
 - ⇒ 2. **Incertidumbres No Estocásticas**
 - ⇒ 3. **Métrica Pareto-Óptima**

Modelación de Incertidumbres e Imprecisiones

Conjunto Difuso

$$apX = \int \mu(apX) / apX$$



X es una Variable asociada a un Criterio de (No) Calidad, no Monetizable, con un valor de referencia límite X_{REF}

$$apX = (X - X_{REF}) / X_{REF}$$

Apartamiento de la Variable X respecto de X_{REF}

Energía No Suministrada
ENS \Rightarrow **apENS**

No Calidad Ambiental

NCA \Rightarrow **apNCA**

Incertidumbres

Incertidumbres No Estocásticas sobre las Variables del Sistema

Imprecisiones

Refieren Límites de conceptos no definidos con precisión en las Variables del Sistema

Sistemas Difusos

Los Conjuntos Difusos

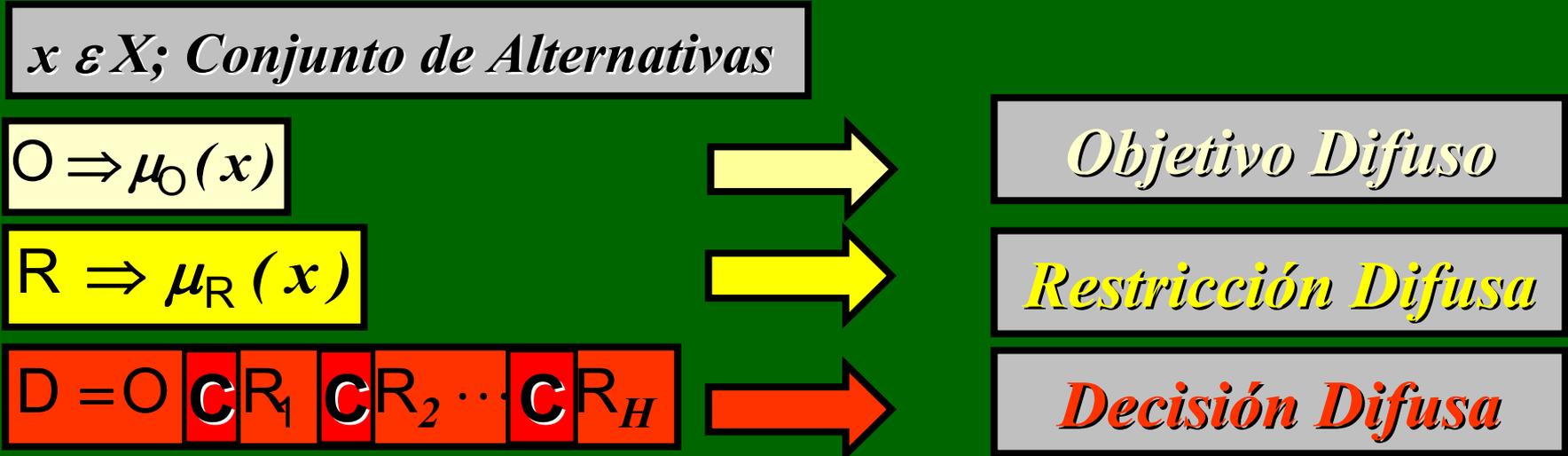
Modelan tanto

Incertidumbres como

Imprecisiones en el

Sistema Objeto

Decisión Maximizante en el Dominio Difuso



Decisión Maximizante Estática Bellman - Zadeh

$$D = [O]^{p_O} \ C \ [R_1]^{p_{R_1}} \ C \ [R_2]^{p_{R_2}} \ \dots \ C \ [R_H]^{p_{R_H}}$$

$$[R_j]^{p_{R_j}} \Rightarrow [\mu_{R_j}(x)]^{p_{R_j}}$$

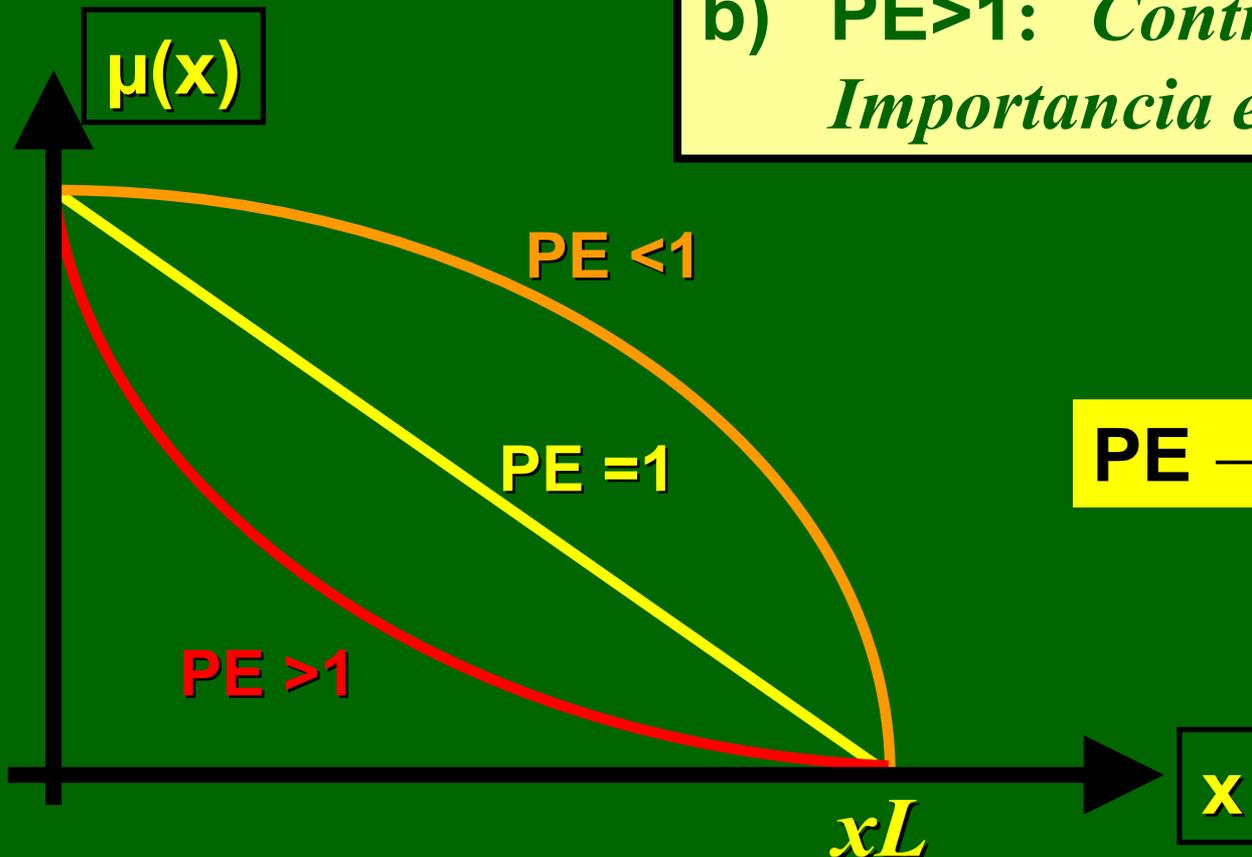
$$Vp^{Exp} = \begin{bmatrix} p_O \\ p_{R_1} \\ \vdots \\ p_{R_H} \end{bmatrix}$$

Conjunto Difuso: Contracción y Dilatación

Efecto de PE:

- a) $PE < 1$: Dilatación \rightarrow Menor Importancia en la Confluencia
- b) $PE > 1$: Contracción \rightarrow Mayor Importancia en la Confluencia

$\mu(x)$ Lineal



$$PE \rightarrow Vp^{Exp} = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_{R_1} \\ \vdots \\ p_{R_H} \end{bmatrix}$$

Las t-Normas como Operadores de Confluencia

1) Es una función t definida en el intervalo $[0, 1]$ aplicado también en $[0, 1]$.

2) Satisface las *siguientes condiciones*:

a.- $t(0,0) = 0; t(x,1) = x$ – *Condiciones de Frontera*

b.- $t(x,y) = t(y,x)$ – *Conmutatividad*

c.- $t(x,y) \leq t(\alpha,\beta)$ – *Monotonicidad*

d.- $t((t(x,y),z) = t(x,t(y,z)))$ – *Asociatividad*

3) Satisface los *requerimientos de un Operador de Confluencia entre conjuntos Difusos (Decisión Estática Difusa de Bellman-Zadeh)*

La Decisión Maximizante Estática como Función de Aptitud Difusa – FPSO/EPSO

1) Sea $CR=\{Cr_1...Cr_H\} \rightarrow$ Objetivos/Restricciones:

$$\mu_i(uCr_i)$$

$uCr_i \rightarrow$ Variable de Apartamiento

2) Sea $PE=\{pe_1...pe_H\} \rightarrow$ Ponderadores, $C \equiv t$ -Norma (t) y cierto espacio de Búsqueda EB:

$$f_{Ap} = \mu_D = (t)_{i=1}^H \left(\mu_i(uCr_i)^{pe_i} \right)$$

3) (t) y μ_i deben ser tales que f_{AP} resulte *métricamente compatible* con el EB y sus valores respeten una *escala de dominancia*.

Transformación de la *Formulación Rígida* de un Problema MultiObjetivo en su *Formulación Difusa*

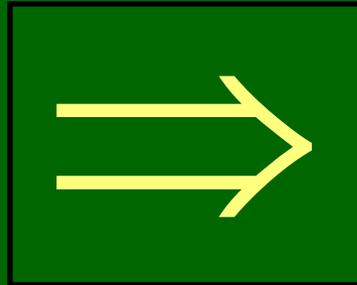
Min/Max

$$\begin{bmatrix} FO_1 \\ \vdots \\ FO_m \end{bmatrix}$$

Sujeto a:

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_h \end{bmatrix}$$

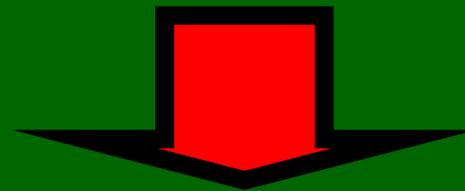
$$R_i \rightarrow r_{iMin} \leq r_i \leq r_{iMax}$$



Discusión: obtener [PE]

Max

$$\mu_D = \mu(uFO_1)^{pO1}(t) \mu(uFO_2)^{pO2} \dots \\ (t) \mu(uFO_m)^{pOm}(t) \mu(uR_1)^{pR1} \\ \dots (t) \mu(uR_h)^{pRh}$$



$$\mu_D \equiv f_A \rightarrow \text{FPSO/FEPSO}$$

Conclusiones

Síntesis y Conclusiones

- 1. El PSO MonoObjetivo → Meta-Heurística Fácil de Implementar.*
- 2. Las Topologías Global y Local y los Modelos Síncrono y Asíncrono → dependen del problema a resolver.*
- 3. Problema del PSO → su Ajuste.*
- 4. EPSO → Resuelve Parcialmente este problema incorporando la autoadaptación.*
- 5. FPSO/FEPSO → Enfoques MultiObjetivo - Incertidumbres No Estocásticas proporcionando muy buenos resultados.*

Fin